

08 Angles d'un triangle et triangles particuliers

Utiliser la somme des angles d'un triangle et reconnaître les triangles particuliers.

01 Angles

Définition

$\widehat{BAC}$ est un angle.

Les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ sont les côtés de l'angle $\widehat{BAC}$.

A est le sommet de l'angle $\widehat{BAC}$.

Angles particuliers

- Un angle droit est un angle qui mesure 90° .
- Un angle plat est un angle qui mesure 180° .
- Un angle aigu est un angle dont la mesure est inférieure à 90° .
- Un angle obtus est un angle dont la mesure est comprise entre 90° et 180° .

Angles adjacents, complémentaires et supplémentaires

Deux angles sont **adjacents** s'ils ont un sommet commun, un côté commun et s'ils sont placés de part et d'autre de ce côté commun.

Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est 90° .

Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est 180° .

02 Relation entre les angles d'un triangle

Propriété

La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180° .

Si ABC est un triangle, alors :

$$\widehat{BAC} + \widehat{CBA} + \widehat{BCA} = 180^\circ.$$

03 Triangles particuliers

Triangle rectangle

Définition

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

Si ABC est un triangle rectangle en A , alors $[BC]$ est l'hypoténuse et $[AB]$, $[AC]$ sont les côtés de l'angle droit.

Propriété

1. Si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus sont complémentaires.
2. Si deux angles d'un triangle sont complémentaires, alors le triangle est rectangle.

Triangle isocèle**Définition**

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Propriété

1. Si un triangle a deux angles de même mesure, alors ce triangle est isocèle.
2. Si un triangle est isocèle, alors il a deux angles de même mesure.

Triangle isocèle rectangle**Définition**

Un triangle isocèle rectangle est un triangle qui est à la fois isocèle et rectangle.

Propriété

1. Si un triangle est isocèle rectangle, alors les mesures de ses angles à la base sont égales à 45° .
2. Si $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45^\circ$, alors le triangle ABC est rectangle en A .

Triangle équilatéral**Définition**

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Propriété

Un triangle est équilatéral signifie que les mesures de ses trois angles sont égales à 60° .

04**Construire un triangle connaissant deux angles et leur côté commun****Exemple**

Construire un triangle ABC tel que :

$$AB = 5 \text{ cm}, \quad \widehat{BAC} = 49^\circ, \quad \widehat{CBA} = 60^\circ.$$

1. Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB = 5 \text{ cm}$.
2. Tracer une demi-droite $[Ax)$ telle que $\widehat{BAx} = 49^\circ$.
3. Tracer la demi-droite $[By)$ telle que $\widehat{yBA} = 60^\circ$.
4. Le point C est l'intersection des demi-droites $[Ax)$ et $[By)$.

05

Utiliser la somme des angles d'un triangle

Exemple

Dans la figure du manuel, on a :

$$\widehat{AMH} = 56^\circ, \quad \widehat{MHA} = 68^\circ, \quad \widehat{AHT} = 34^\circ, \quad \widehat{ATH} = 35^\circ.$$

Dans le triangle MAH :

$$\widehat{AMH} + \widehat{MHA} + \widehat{AHM} = 180^\circ,$$

donc :

$$\widehat{AHM} = 180^\circ - (56^\circ + 68^\circ) = 56^\circ.$$

Ainsi, MAH est un triangle isocèle en A .

Comme $\widehat{MHT}$ et $\widehat{AHT}$ sont adjacents :

$$\widehat{MHT} = 56^\circ + 34^\circ = 90^\circ.$$

Donc le triangle MHT est rectangle en H .

Dans le triangle HAT :

$$\widehat{HAT} = 180^\circ - (34^\circ + 35^\circ) = 111^\circ.$$

Alors :

$$\widehat{MAT} = 68^\circ + 111^\circ = 179^\circ.$$

Donc les points M , A et T ne sont pas alignés.

Exemple

Soit ABC un triangle isocèle en C et soit D un point du segment $[AC]$ tel que :

$$AB = BD = DC.$$

Posons :

$$\widehat{ACB} = x.$$

Comme DBC est isocèle en D :

$$\widehat{DBC} = x \quad \text{et} \quad \widehat{BDC} = 180^\circ - 2x.$$

Comme A , D et C sont alignés :

$$\widehat{BDA} = 2x.$$

Comme ABD est isocèle en B :

$$\widehat{BAD} = 2x.$$

Dans le triangle ABC :

$$x + 2x + 2x = 180^\circ.$$

Donc :

$$x = 36^\circ, \quad \widehat{ACB} = 36^\circ.$$