

13

Développement et factorisation

Développer, réduire et factoriser des expressions algébriques.

01

Produit d'un nombre par une somme

Règle

 a , b et k sont des nombres relatifs :

$$k(a + b) = ka + kb$$

et

$$k(a - b) = ka - kb.$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

Remarque

Développer une expression revient à écrire un produit sous la forme d'une somme ou d'une différence.

Exemple

$$-3(2x + y) = -3 \times 2x - 3 \times y = -6x - 3y.$$

$$4(-x - 4y + 2z) = 4(-x) + 4(-4y) + 4(2z).$$

02

Factorisation

Règle

 a , b et k sont des nombres relatifs :

$$ka + kb = k(a + b)$$

et

$$ka - kb = k(a - b).$$

Remarque

Factoriser une expression revient à écrire une somme ou une différence sous la forme d'un produit.
Pour factoriser, on doit trouver le facteur commun.

Exemple

$$3x + 5x = (3 + 5)x = 8x.$$

$$-a + 2a - 6a = (-1 + 2 - 6)a = -5a.$$

$$E = 6 \times 3,5 + 6 \times 6,5 = 6(3,5 + 6,5) = 60.$$

$$8x + 4 = 4 \times 2x + 4 \times 1 = 4(2x + 1).$$

03

Produit de deux sommes

Règle

a , b , c et d sont des nombres relatifs :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Remarque

Pour multiplier une somme par une somme, on multiplie chaque terme de la première somme par chaque terme de la deuxième somme.

Exemple

Développons :

$$E = (2x - 3)(x - 4).$$

Alors :

$$E = 2x^2 - 8x - 3x + 12 = 2x^2 - 11x + 12.$$

04

Identités remarquables

Règle

a et b sont deux nombres relatifs :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Exemple

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25.$$

$$(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16.$$

$$(7x - 2)(7x + 2) = 49x^2 - 4.$$

05

Distributivité et calcul mental

Exemple

$$A = 101 \times 45 = (100 + 1) \times 45 = 4500 + 45 = 4545.$$

$$B = 38,02 \times 73 + 38,02 \times 27 = 38,02(73 + 27) = 3802.$$

06**Identités remarquables et calcul mental****Exemple**

$$102^2 = (100 + 2)^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404.$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801.$$

$$57 \times 63 = (60 - 3)(60 + 3) = 3600 - 9 = 3591.$$

07**Réduction d'une expression****Exemple**

Réduire :

$$E = 3x - 2x^2 - 1 - x^2 - 8x - 3.$$

On regroupe les termes de même nature :

$$E = -3x^2 - 5x - 4.$$

08**Prouver l'égalité de deux expressions****Exemple**

$EFGH$ est un rectangle et les triangles FEU et RAT sont équilatéraux, avec les longueurs indiquées sur la figure du manuel.

En exprimant les périmètres des deux polygones puis en réduisant les expressions, on obtient le même résultat. Les deux polygones ont donc le même périmètre.