

03

Les nombres en écriture fractionnaire

Comprendre les écritures fractionnaires, simplifier et comparer des fractions et utiliser les critères de divisibilité.

01

Notion de quotient

Définition

a et b sont deux nombres décimaux avec $b \neq 0$.

$$\frac{a}{b}$$

est une **écriture fractionnaire** d'un nombre. a représente le **numérateur** et b le **dénominateur**.

$$\frac{a}{b}$$

est le **quotient** de a par b , ou encore

$$\frac{a}{b} = a : b.$$

Remarque

- Le quotient de deux entiers est une fraction.
- La division par 0 est impossible.

Exemples

1)

$$\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5.$$

$\frac{5}{2}$ est une écriture fractionnaire ; c'est aussi une fraction. Donc 2,5 est l'écriture décimale du quotient de 5 par 2.

2)

$$\frac{3,5}{0,4} = 3,5 : 0,4 = 8,75.$$

$\frac{3,5}{0,4}$ est une écriture fractionnaire mais n'est pas une fraction. Donc 8,75 est l'écriture décimale du quotient de 3,5 par 0,4.

3) $\frac{7}{6}$ est une écriture fractionnaire ainsi qu'une fraction. La division de 7 par 6 ne se termine jamais :

$$\frac{7}{6} \neq 1,166 \quad \text{et} \quad \frac{7}{6} \approx 1,166.$$

02

Égalité des quotients

Règle 1

On ne change pas un quotient lorsqu'on multiplie (ou on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement dit, si a , b et k désignent des nombres décimaux avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}.$$

Exemple

$$\frac{4,5}{9,9} = \frac{4,5 \times 10}{9,9 \times 10} = \frac{45}{99} = \frac{45 : 9}{99 : 9} = \frac{5}{11}.$$

La fraction $\frac{5}{11}$ est irréductible.

03**Comparaison des fractions****Avec un même dénominateur****Règle 2**

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur, on compare leurs numérateurs ; le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur.

Exemples

1) $5 < 7$, donc

$$\frac{5}{8} < \frac{7}{8}.$$

2) $13,2 > 9,07$, donc

$$\frac{13,2}{5,13} > \frac{9,07}{5,13}.$$

Avec des dénominateurs différents**Règle 3**

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on commence par les écrire avec un dénominateur commun, puis on applique la règle 2.

Exemple

Comparons les fractions $\frac{7}{4}$ et $\frac{17}{12}$.
Comme 12 est un multiple de 4 :

$$\frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}.$$

Or $21 > 17$, donc

$$\frac{21}{12} > \frac{17}{12}.$$

D'où :

$$\boxed{\frac{7}{4} > \frac{17}{12}}.$$

Règle 4 a et b sont deux nombres décimaux avec $b \neq 0$.1/ Si $a < b$, alors

$$\frac{a}{b} < 1.$$

2/ Si $a > b$, alors

$$\frac{a}{b} > 1.$$

Exemples

$$2016 < 2017 \implies \frac{2016}{2017} < 1,$$

$$2021 > 2020 \implies \frac{2021}{2020} > 1.$$

04**Simplifier des fractions**

Pour simplifier une fraction, on a besoin de bien connaître les tables de multiplication et les critères de divisibilité.

Critères de divisibilité

- Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemple 1 — Donner la forme irréductible

Donner la forme irréductible des fractions :

$$\frac{116}{320}, \quad \frac{63}{81}, \quad \frac{150}{750}.$$

$$\frac{116}{320} = \frac{29 \times 4}{80 \times 4} = \frac{29}{80},$$

car 116 et 320 sont des multiples de 4.

$$\frac{63}{81} = \frac{7 \times 9}{9 \times 9} = \frac{7}{9},$$

car 63 et 81 sont des multiples de 9.

$$\frac{150}{750} = \frac{15 \times 10}{75 \times 10} = \frac{15}{75} = \frac{15 \times 1}{15 \times 5} = \frac{1}{5}.$$

05

Comparer des fractions — applications

Exemple 2

Comparer les fractions :

$$\frac{987654321}{987654322} \quad \text{et} \quad \frac{123456789}{123456780}.$$

On a :

$$987654321 < 987654322 \implies \frac{987654321}{987654322} < 1,$$

et

$$123456789 > 123456780 \implies \frac{123456789}{123456780} > 1.$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{987654321}{987654322} < \frac{123456789}{123456780}}$$

Exemple 3

Comparer les fractions :

$$\frac{17}{84} \quad \text{et} \quad \frac{11}{60}.$$

On réduit d'abord au même dénominateur. On constate que 84 et 60 sont des multiples de 4 et 3 :

$$84 = 12 \times 7, \quad 60 = 12 \times 5.$$

Le dénominateur commun utilisé est donc :

$$12 \times 7 \times 5 = 420.$$

Par suite :

$$\frac{17}{84} = \frac{17 \times 5}{84 \times 5} = \frac{85}{420}, \quad \frac{11}{60} = \frac{11 \times 7}{60 \times 7} = \frac{77}{420}.$$

Comme $85 > 77$, on obtient :

$$\boxed{\frac{17}{84} > \frac{11}{60}}.$$

Exemple 4 — Comparer des proportions

Dans la classe d'Ahmed, cinq élèves sur huit étudient l'anglais. Dans la classe de Mériem, trois élèves sur quatre étudient l'anglais.

Les proportions correspondantes sont :

$$\frac{5}{8} \quad \text{et} \quad \frac{3}{4}.$$

On écrit :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}.$$

Comme

$$\frac{5}{8} < \frac{6}{8},$$

on a :

$$\boxed{\frac{5}{8} < \frac{3}{4}}.$$

La proportion d'élèves étudiant l'anglais est donc plus importante dans la classe de Mériem.