

1 APIC ■ Semestre 2 ■ Calcul littéral

16

Équations

Résoudre une équation du premier degré et mettre un problème en équation.

01

Équations du premier degré

Définition

a et b sont deux nombres relatifs.

Chacune des égalités $a + x = b$ ou $ax = b$ est appelée une *équation du premier degré* d'inconnue x .

La valeur de x est appelée *solution* de l'équation.

Remarque

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

Règle 1

Si on ajoute ou on retranche le même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Autrement dit, a , b et c sont des nombres relatifs :

- si $a = b$ alors $a + c = b + c$;
- si $a = b$ alors $a - c = b - c$.

Règle 2

Si on multiplie ou on divise par le même nombre (non nul) chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Autrement dit, a , b et c sont des nombres relatifs :

- si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$;
- si $a = b$ alors $a : c = b : c$ ($c \neq 0$).

Exemples

1) Résolvons l'équation :

$$x + 13 = 2.$$

On a :

$$\begin{aligned} x + 13 &= 2 \\ x + 13 + (-13) &= 2 + (-13) \\ x + 0 &= 2 - 13 \\ x &= -11. \end{aligned}$$

Donc, l'équation a pour solution -11 .

2) Résolvons l'équation :

$$-4x = -16.$$

On a :

$$\begin{aligned} -4x &= -16 \\ \frac{-4x}{-4} &= \frac{-16}{-4} \\ x &= 4. \end{aligned}$$

Donc, 4 est la solution de cette équation.

3) Résolvons l'équation :

$$4x - 3 = 6.$$

On a :

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 6 \\ 4x - 3 + 3 &= 6 + 3 \\ 4x &= 9 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{9}{4} \\ x &= \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Donc, $\frac{9}{4}$ est la solution de cette équation.

02

Résolution de problèmes

Méthode

Pour résoudre un problème à l'aide d'une équation, on suit les étapes suivantes :

1. choix de l'inconnue ;
2. mise en équation du problème ;
3. résolution de l'équation ;
4. vérification et interprétation des résultats.

Exemple

Une personne a un garçon de 9 ans, une fille de 6 ans et sa femme a 39 ans.

La somme des âges de cette personne, de sa femme et de son fils est égale à 14 fois l'âge de sa fille.

Calculons l'âge de cette personne en posant une équation.

1) Choix de l'inconnue.

Soit x l'âge de cette personne.

2) Mise en équation du problème.

- La somme des âges de cette personne, de sa femme et de son fils est $x + 39 + 9$.
- 14 fois l'âge de sa fille est 14×6 .

On obtient ainsi l'équation :

$$\begin{aligned} x + 39 + 9 &= 14 \times 6 \\ x + 48 &= 84. \end{aligned}$$

3) Résolution de l'équation.

$$\begin{aligned} x + 48 &= 84 \\ x &= 84 - 48 \end{aligned}$$

donc :

$$x = 36.$$

4) Vérification et interprétation des résultats.

Vérification :

$$36 + 39 + 9 = 84 \quad \text{et} \quad 14 \times 6 = 84.$$

Donc, l'âge de cette personne est 36 ans.

03**Résoudre une équation****Exemple 1**

Résoudre l'équation :

$$2 - 3(x - 4) = 5x - (-7).$$

On a :

$$2 - 3(x - 4) = 5x - (-7)$$

$$2 - 3x + 12 = 5x + 7$$

$$-3x + 14 = 5x + 7$$

$$-3x - 5x = 7 - 14$$

$$-8x = -7$$

$$\frac{-8x}{-8} = \frac{-7}{-8}$$

$$x = \frac{7}{8}.$$

Donc :

$$\frac{7}{8}$$

est la solution de cette équation.

Remarque

Lorsqu'on fait passer un terme d'un membre à un autre, on change son signe.

Exemple 2 x , $x + 2$ et $x - 4$ sont les longueurs des côtés d'un triangle.

Construire ce triangle sachant que son périmètre est 19.

Soit ABC un triangle tel que :

$$AB = x, \quad AC = x + 2 \quad \text{et} \quad BC = x - 4.$$

Le périmètre de ABC est 19, donc :

$$AB + AC + BC = 19.$$

On obtient ainsi l'équation :

$$x + (x + 2) + (x - 4) = 19$$

$$x + x + 2 + x - 4 = 19$$

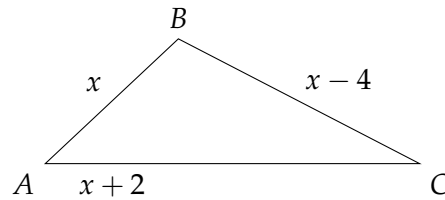
$$3x - 2 = 19$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7.$$

Alors :

$$AB = 7, \quad AC = 9 \quad \text{et} \quad BC = 5.$$

**Exemple 3**

2 est-il solution de l'équation :

$$3x - 2 = 1 - 2x ?$$

- Calculons $3x - 2$ pour $x = 2$:

$$3x - 2 = 3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4.$$

- Calculons $1 - 2x$ pour $x = 2$:

$$1 - 2x = 1 - 2 \times 2 = 1 - 4 = -3.$$

Comme $4 \neq -3$, alors 2 n'est pas une solution de l'équation :

$$3x - 2 = 1 - 2x.$$

04**Résoudre un problème****Exemple 4**

Un père a 35 ans de plus que son fils. Dans 8 ans, son âge sera le double de celui du fils. Quel est l'âge du fils et celui du père ?

1) Choix de l'inconnue.

Soit x l'âge du fils en années.

2) Mise en équation.

L'âge du père est $x + 35$.

Dans 8 ans : l'âge du père est $(x + 35) + 8 = x + 43$ et l'âge du fils est $x + 8$.

L'âge du père sera le double de celui de son fils.

D'où l'équation :

$$x + 43 = 2(x + 8).$$

3) Résolution de l'équation.

On a :

$$x + 43 = 2(x + 8)$$

$$x + 43 = 2x + 16$$

$$x - 2x = 16 - 43$$

$$-x = -27$$

Donc :

$$x = 27.$$

4) Vérification et conclusion.

$$27 + 8 = 35$$

$$(27 + 35) + 8 = 70 = 2 \times 35.$$

D'où l'âge du fils est 27 ans et celui du père est 62 ans.