

04

Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire

Effectuer des additions, des soustractions et des multiplications de nombres en écriture fractionnaire en respectant les priorités.

01

Addition et soustraction

Avec le même dénominateur

Règle 1

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- on conserve le dénominateur commun.

Autrement dit, quels que soient les nombres décimaux a , b et d avec $d \neq 0$:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d},$$

et lorsque $a > b$:

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}.$$

Exemples

1)

$$\frac{5}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5+3}{13} = \frac{8}{13}.$$

2)

$$\frac{8,7}{9} - \frac{5,9}{9} = \frac{8,7-5,9}{9} = \frac{2,8}{9} = \frac{28}{90} = \frac{14}{45}.$$

3)

$$\frac{3,8}{6} - \frac{2,51}{6} = \frac{3,8-2,51}{6} = \frac{1,29}{6} = \frac{129}{600} = \frac{43}{200}.$$

Avec des dénominateurs différents

Règle 2

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres en écriture fractionnaire qui ont des dénominateurs différents :

- on commence par les écrire avec le même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs en conservant le dénominateur commun.

Exemples

1)

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{3} = \frac{15}{6} + \frac{2}{6} = \frac{17}{6}.$$

2)

$$\frac{14}{18} - \frac{10}{15} = \frac{7}{9} - \frac{2}{3} = \frac{7}{9} - \frac{6}{9} = \frac{1}{9}.$$

3)

$$\frac{2,8}{6} - \frac{0,4}{2,4} = \frac{28}{60} - \frac{4}{24} = \frac{28}{60} - \frac{1}{6} = \frac{28}{60} - \frac{10}{60} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}.$$

Remarque 1

Il faut toujours penser aux simplifications des fractions avant d'effectuer leur somme ou leur différence.

02**Multiplication****Règle 3**

Pour calculer le produit de deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, quels que soient les nombres décimaux a , b , c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Remarque 2

Pour tout nombre décimal a :

$$a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b}.$$

En effet :

$$a \times \frac{c}{b} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{b}.$$

Exemples

1)

$$5 \times \frac{8}{17} = \frac{5 \times 8}{17} = \frac{40}{17}.$$

2)

$$\frac{5,2}{3} \times \frac{5}{11} = \frac{5,2 \times 5}{3 \times 11} = \frac{26}{33}.$$

03**Règles de priorité**

Les règles de priorité des calculs s'appliquent aux calculs avec des nombres écrits sous forme fractionnaire.

- Les calculs entre parenthèses sont effectués en premier.
- En l'absence de parenthèses, la multiplication et la division sont effectuées avant l'addition et la soustraction.

Exemples

1)

$$A = \frac{2}{3} \times \left(\frac{7}{6} + \frac{5}{12} \right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{14}{12} + \frac{5}{12} \right) = \frac{2}{3} \times \frac{19}{12} = \frac{19}{18}.$$

2)

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{7}{6} - \frac{5}{12} = \frac{14}{18} - \frac{5}{12} = \frac{28}{36} - \frac{15}{36} = \frac{13}{36}.$$

04**Applications des règles de priorité****Exemple 1**

Calculer :

$$A = \frac{7}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \quad \text{et} \quad B = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \left(4 + \frac{3}{8} \times \frac{1}{6} \right).$$

Pour A :

$$A = \frac{21}{12} - \frac{8}{12} + \frac{2}{12} = \frac{13}{12} + \frac{2}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}.$$

Pour B :

$$B = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \left(4 + \frac{3}{8} \times \frac{1}{6} \right),$$

$$B = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \left(4 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \right),$$

$$B = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \left(4 + \frac{1}{16} \right),$$

$$B = \left(\frac{3}{4} + \frac{10}{4} \right) \left(\frac{64}{16} + \frac{1}{16} \right),$$

$$B = \frac{13}{4} \times \frac{65}{16} = \frac{845}{64}.$$

Exemple 2

Calculer :

$$C = \left(\frac{7}{5} - \frac{14}{15} \right) \times \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad D = \frac{7}{5} - \frac{14}{15} \times \frac{3}{2}.$$

Pour C :

$$C = \left(\frac{21}{15} - \frac{14}{15} \right) \times \frac{3}{2} = \frac{7}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}.$$

Pour D :

$$D = \frac{7}{5} - \frac{14}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{5} - \frac{42}{30} = \frac{42}{30} - \frac{42}{30} = 0.$$

05**Résoudre un problème**

Exemple 3

Lors de l'achat d'une chaise, on paie $\frac{1}{4}$ du prix à la commande, les $\frac{3}{5}$ du reste à la livraison et le solde lors d'un dernier versement trois mois plus tard.

- 1) Quelle part du prix de la chaise paie-t-on à la livraison ?
- 2) Quelle part du prix de la chaise a-t-on payée après la livraison ?

Après le paiement de $\frac{1}{4}$ du prix, il reste :

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

La part payée à la livraison est donc :

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}.$$

Après la livraison, la part totale payée est :

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{20} = \frac{5}{20} + \frac{9}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}.$$

Il reste alors :

$$1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

du prix de la chaise à payer lors du dernier versement.