

14

Parallélogramme

Construire un parallélogramme et utiliser ses propriétés pour démontrer.

01

Parallélogramme

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Autrement dit, si $ABCD$ est un parallélogramme :

$$(AB) \parallel (DC) \quad \text{et} \quad (AD) \parallel (BC).$$

02

Propriétés du parallélogramme

Propriétés des diagonales

Propriété

Les diagonales d'un parallélogramme ont même milieu.

Propriété

Si les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Propriétés des côtés

Propriété

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur deux à deux.

Propriété

Si les côtés opposés d'un quadrilatère ont la même longueur deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Propriétés des angles

Propriété

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure deux à deux.

Propriété

Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires.

Propriété supplémentaire

Propriété

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

03 Hauteur d'un parallélogramme

Définition

$ABCD$ est un parallélogramme.

Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite (DC) .

La droite (AH) est appelée hauteur du parallélogramme $ABCD$ relativement aux côtés $[AB]$ et $[DC]$.

04 Construire un parallélogramme à partir de ses côtés

Première méthode

1. Construire deux côtés consécutifs.
2. Construire par un sommet la parallèle à l'autre côté.
3. Construire par l'autre sommet la parallèle correspondante.

Leur intersection donne le quatrième sommet.

Deuxième méthode

Construire deux côtés consécutifs puis utiliser deux arcs de cercle de rayons égaux aux longueurs des côtés opposés pour déterminer le quatrième sommet.

Troisième méthode

Construire deux côtés consécutifs, puis utiliser une parallèle et un report de longueur au compas.

05 Construire un parallélogramme à partir de ses diagonales

Exemple

Construire un parallélogramme $EFGH$ connaissant ses diagonales $[EG]$ et $[FH]$.

On utilise la propriété suivante : les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

06 Utiliser le parallélogramme pour démontrer

Exemple

ABC est un triangle.

E est le projeté orthogonal de B sur (AC) et F est le projeté orthogonal de C sur (AB) .

Soit G le point d'intersection de (BE) et (CF) . On mène par C la perpendiculaire à (AC) et par B la perpendiculaire à (AB) . Ces deux perpendiculaires se coupent en H .

Montrer que les segments $[GH]$ et $[BC]$ ont même milieu.

Les côtés opposés du quadrilatère $BHCG$ sont parallèles deux à deux, donc $BHCG$ est un parallélogramme.

Ses diagonales se coupent en leur milieu.

Par conséquent, $[GH]$ et $[BC]$ ont même milieu.