

12

Symétrie centrale

Construire des symétriques et utiliser les propriétés de la symétrie centrale.

01

Symétrique d'un point

Définition

A et A' sont deux points symétriques par rapport au point O signifie que O est le milieu du segment $[AA']$.

Remarque

Le point O est son propre symétrique par rapport à O .

02

Symétriques d'un segment, d'une demi-droite, d'une droite et d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point O est un segment $[A'B']$ de même longueur.

Propriété

Si A' est le symétrique de A par rapport à O et B' le symétrique de B par rapport à O , alors :

$$A'B' = AB.$$

La symétrie centrale conserve les longueurs.

Propriété

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.

Propriété

La symétrie centrale conserve l'alignement des points.

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.
La symétrie centrale conserve les mesures des angles.

Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

03 Centre de symétrie d'une figure

Définition

Un point O est le centre de symétrie d'une figure lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O .

Exemple

Le centre d'un cercle est aussi son centre de symétrie.

04 Construire le symétrique d'un point par rapport à un point

Méthode

Pour construire A' , symétrique de A par rapport à O :

1. tracer la demi-droite $[AO)$;
2. reporter la distance AO au compas au-delà de O ;
3. le point obtenu est A' et O est le milieu de $[AA']$.

05 Construire le symétrique d'un angle

Méthode

Pour construire le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à O :

1. construire A' , symétrique de A par rapport à O ;
2. construire C' , symétrique de C par rapport à O ;
3. construire B' , symétrique de B par rapport à O .

L'angle $\widehat{B'A'C'}$ est alors le symétrique de $\widehat{BAC}$ par rapport à O .

06 Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

Exemple

(D) et (D') sont deux droites symétriques par rapport à un point O .

Pour construire le symétrique A' d'un point A de (D) à l'aide d'une règle non graduée, on utilise le fait que le symétrique de tout point de (D) se trouve sur (D') et que A , O et A' sont alignés.

Exemple

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et O un point à l'extérieur de ABC .

E , F et G sont les symétriques respectifs des points A , B et C par rapport à O .

La symétrie centrale conserve les longueurs :

$$EF = AB = 3 \text{ cm.}$$

Elle transforme la droite (BC) en la droite (FG) :

$$(FG) \parallel (BC).$$

Elle conserve les mesures d'angles. Comme :

$$\widehat{BAC} = 90^\circ,$$

alors :

$$\widehat{FEG} = 90^\circ,$$

d'où :

$$(EF) \perp (EG).$$