

05

Triangle et médiatrices

Utiliser l'inégalité triangulaire et les propriétés des médiatrices, puis construire le cercle circonscrit à un triangle.

01

Inégalité triangulaire

Propriété

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Ainsi, si ABC est un triangle :

$$AB < BC + CA, \quad BC < CA + AB, \quad CA < AB + BC.$$

Remarque

Soient a , b et c les longueurs des côtés d'un triangle telles que $a > b$ et $a > c$.

- Si $a < b + c$, on peut construire un triangle dont les côtés mesurent a , b et c .
- Si $a > b + c$, il est impossible de construire un triangle dont les côtés mesurent a , b et c .

Propriété

Soient A , B et C trois points distincts.

1. Si A est un point de $[BC]$, alors

$$BC = BA + AC.$$

2. Si

$$BC = BA + AC,$$

alors A est un point de $[BC]$.

02

Médiatrice d'un segment

Définition

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite perpendiculaire à (AB) en son milieu.

Propriété

Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment. Autrement dit, si M appartient à la médiatrice de $[AB]$, alors

$$MA = MB.$$

Propriété

Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment. Autrement dit :

$$MA = MB \implies M \text{ appartient à la médiatrice de } [AB].$$

03

Médiatrices d'un triangle

Propriété

Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont concourantes en un point appelé **centre du cercle circonscrit** au triangle.

Remarque

- Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de construire les médiatrices de deux de ses côtés.
- Quand le triangle a un angle obtus, le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle.

04

Utiliser l'inégalité triangulaire

Exemple

Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC .

	AB	BC	AC
1	2 cm	5 cm	4 cm
2	1 cm	2,5 cm	5 cm
3	7 cm	3 cm	4 cm

Cas 1 :

$$AB + AC > BC, \quad AB + BC > AC, \quad AC + BC > AB.$$

Le triangle est constructible.

Cas 2 :

$$1 + 2,5 < 5.$$

Le triangle n'est pas constructible.

Cas 3 :

$$3 + 4 = 7.$$

Les points A , B et C sont alignés. On dit que ABC est un **triangle aplati**.

05

Construire le cercle circonscrit à un triangle

Exemple

Soit ABC un triangle donné. Pour construire son cercle circonscrit :

1. Tracer la médiatrice d'un côté, par exemple $[AB]$.
2. Tracer la médiatrice d'un autre côté, par exemple $[AC]$.
3. Noter O le point d'intersection des deux médiatrices.
4. Tracer le cercle de centre O et de rayon OB .

Ce cercle est le cercle circonscrit au triangle ABC .

Exemple

Construire un triangle ABC tel que

$$AB = 5 \text{ cm}, \quad BC = 7 \text{ cm}, \quad AC = 8 \text{ cm},$$

puis tracer son cercle circonscrit.

Le centre O du cercle circonscrit est l'intersection des médiatrices de deux côtés du triangle.