

2 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités numériques

09

Calcul littéral

Réduire une expression littérale, développer un produit, factoriser une somme ou une différence et reconnaître les identités remarquables.

01

Réduire une expression littérale

Définition 1

Une expression littérale est une expression mathématique comprenant une ou plusieurs lettres, où chaque lettre représente un nombre variable.

Exemples :

- 1) Le périmètre d'un rectangle de longueur 8 et de largeur a est : $2(8 + a)$.
- 2) L'aire d'un disque de rayon R est πR^2 .
- 3) Le volume d'un parallélépipède de dimensions a , b et c est : $a \times b \times c$.

Définition 2

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemples :

$$A = 4x^3 + 3x^2 - 1 + 5x^2 - 6x - 6x^3 + 3 + 7x.$$

$$A = (4 - 6)x^3 + (3 + 5)x^2 + (-6 + 7)x + 3 - 1$$

$$A = -2x^3 + 8x^2 + x + 2.$$

02

Développer un produit

Définition 3

Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme ou d'une différence.

Propriété 1

a , b , c et d sont des nombres rationnels :

$$a(b + c) = ab + ac \quad a(b - c) = ab - ac \quad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple :

$$B = (x - 2)(x^2 - 3x - 4)$$

$$B = x \times x^2 - x \times 3x - x \times 4 - 2 \times x^2 + 2 \times 3x + 2 \times 4$$

$$B = x^3 - 3x^2 - 4x - 2x^2 + 6x + 8 = x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x - 4x + 8$$

$$B = x^3 - 5x^2 + 2x + 8.$$

03

Factorisation

Définition 4

Factoriser une somme ou une différence, c'est transformer cette somme ou cette différence en un produit.

Exemples :

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{9}x^2 - \frac{14}{3}x \\ A &= \frac{2}{3}x \times \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x \times 7 \\ A &= \frac{2}{3}x \left(\frac{2}{3}x - 7 \right) \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} B &= (x-7)(2x+1) - (x-7)(3x+4) \\ B &= (x-7)[(2x+1) - (3x+4)] \\ B &= (x-7)(2x+1-3x-4) \\ B &= (x-7)(-x-3) \text{ soit } B = (-x+7)(x+3). \end{aligned}$$

Remarque 1

Pour factoriser une expression, on cherche d'abord un facteur commun.

04

Identités remarquables

Définition 5

Une identité remarquable est une égalité qui est vraie quelles que soient les valeurs données aux lettres qui figurent dans l'égalité.

Propriété 2

a et b sont deux nombres rationnels :

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \end{cases}$$

Exemples :

1) Développons et réduisons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} A &= (x-4)^2 + (2x+3)^2 \\ A &= [(x)^2 - 2(x \times 4) + 4^2] + [(2x)^2 + 2(2x \times 3) + 3^2] \\ A &= x^2 - 8x + 16 + 4x^2 + 12x + 9 = x^2 + 4x^2 + 12x - 8x + 16 + 9 \\ A &= 5x^2 + 4x + 25 \end{aligned}$$

2) Factorisons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} B &= (6x-4)(x+3) + 9x^2 - 4 \\ B &= 2(3x-2)(x+3) + [(3x)^2 - 2^2] \\ B &= 2(3x-2)(x+3) + (3x+2)(3x-2) \\ B &= (3x-2)[2(x+3) + (3x+2)] = (3x-2)(2x+6+3x+2) \\ B &= (3x-2)(5x+8). \end{aligned}$$

Remarque 2

Pour factoriser en utilisant les identités remarquables, on peut suivre le schéma suivant :

