

04

Multiplication et division des nombres rationnels

Multiplier deux nombres rationnels, déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul et calculer le quotient de deux nombres rationnels.

01

Produit de deux nombres rationnels

Règle 1

Pour multiplier deux nombres rationnels :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Remarque 1

a et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels :

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d} \quad \text{car} \quad a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d}.$$

Exemples :

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= \frac{9}{5} \times \frac{2}{7} & 2) \quad B &= 4 \times \frac{11}{13} & 3) \quad C &= \frac{5}{6} \times \frac{36}{25} \\ A &= \frac{9 \times 2}{5 \times 7} & B &= \frac{4 \times 11}{13} & C &= \frac{5 \times 6 \times 6}{6 \times 5 \times 5} \\ A &= \frac{18}{35} & B &= \frac{44}{13} & C &= \frac{6}{5}. \end{aligned}$$

02

Propriété

Remarque 2

Il faut simplifier avant d'effectuer les produits.

Propriété

1/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel :

$$1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \times 0 = 0.$$

2/ $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ et $\frac{e}{f}$ sont des nombres rationnels :

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$

Remarque 3

Le produit ne change pas, si on change l'ordre de ces facteurs.

Exemple :

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{24}.$$

03**Quotient de deux nombres rationnels****1- Inverse d'un nombre rationnel non nul****Définition**

Deux nombres sont dits **inverses** si leur produit est égale à 1.

Remarque 4

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul son inverse est un nombre rationnel.

Notation :

On a : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$, donc $\frac{b}{a}$ est l'inverse de $\frac{a}{b}$, on le note : $\frac{1}{\frac{a}{b}}$ ou $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

D'où : $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$.

Exemples :

- 1) $-3 \times \frac{1}{-3} = 1$; donc $\frac{1}{-3}$ est l'inverse de -3 .
- 2) $4 \times 0,25 = 1$; donc 4 est l'inverse de 0,25.
- 3) $0,5 \times 2 = 1$; donc 0,5 est l'inverse de 2.

Remarque 5

x est un nombre rationnel non nul :

$$x \times \frac{1}{x} = 1 \quad \text{et} \quad x \times x^{-1} = 1.$$

2- Quotient de deux nombres rationnels**Règle 2**

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels et $c \neq 0$.

Le quotient de $\frac{a}{b}$ par $\frac{c}{d}$ est le produit de $\frac{a}{b}$ par l'inverse de $\frac{c}{d}$.

Autrement dit :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemples :

$$1) \quad -\frac{8}{5} : \frac{4}{3} = -\frac{8}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{-4 \times 2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{-6}{5}$$

$$2) \quad \frac{9}{11} : (-4) = \frac{9}{10} \times \left(\frac{-1}{4} \right) = \frac{-9}{40}.$$