

00

Opérations sur les nombres relatifs et priorités de calcul

Additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres relatifs, puis conduire un calcul en respectant les règles de priorités.

01

Addition et soustraction de deux nombres relatifs

Nombres de même signe

Règle 1

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- on garde le signe commun aux deux nombres ;
- on additionne les parties numériques, c'est-à-dire les distances à zéro.

Exemple 1

$$(-7) + (-4,5) = -(7 + 4,5) = -11,5.$$

$$(+3,6) + (+8,4) = +(3,6 + 8,4) = +12.$$

Dans les deux cas le résultat a le *même* signe que les deux nombres, et sa distance à zéro est la *somme* des distances à zéro.

Nombres de signes contraires

Règle 2

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :

- on écrit le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- on écrit la différence des distances à zéro.

Exemple 2

$$(+4) + (-9) = -(9 - 4) = -5.$$

$$(-12,5) + (+8) = -(12,5 - 8) = -4,5.$$

$$(-3,4) + (+7,9) = +(7,9 - 3,4) = +4,5.$$

Astuce

Pour choisir le signe, comparez les distances à zéro : c'est le nombre le plus éloigné de zéro qui « impose » son signe. Ici -9 est plus loin de zéro que $+4$, donc la somme est négative.

Nombres opposés

Deux nombres sont opposés lorsqu'ils ont la même distance à zéro et des signes contraires.
Pour tout nombre relatif a :

$$a + (-a) = 0.$$

$$(-13,5) + (+13,5) = 0, \quad (+7) + (-7) = 0.$$

Attention

Ne confondez pas *opposé* et *inverse* : l'opposé de 5 est -5 (on a $5 + (-5) = 0$), alors que l'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$ (on a $5 \times \frac{1}{5} = 1$).

Soustraction : ajouter l'opposé**Règle 3**

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.
Si a et b sont deux nombres relatifs, alors :

$$a - b = a + (-b).$$

Exemple 3

$$(+6) - (+3) = (+6) + (-3) = +3.$$

$$(+6) - (-3) = (+6) + (+3) = +9.$$

$$(-6) - (-3) = (-6) + (+3) = -3.$$

$$(-6) - (+3) = (-6) + (-3) = -9.$$

Attention

Deux signes $-$ qui se suivent donnent un signe $+$:

$$a - (-b) = a + b.$$

Ainsi $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$, et non $5 - 3 = 2$. C'est l'erreur la plus fréquente sur les nombres relatifs.

Suppression de parenthèses

Lorsqu'un signe $-$ précède une parenthèse, on peut supprimer la parenthèse à condition de changer le signe de chacun des termes qu'elle contient :

$$-(a + b) = -a - b, \quad -(a - b) = -a + b.$$

Par exemple :

$$-(a - 4) = -a + 4, \quad -(-2 + b) = 2 - b, \quad -(a - b - c) = -a + b + c.$$

Calculer une somme algébrique

Pour calculer $A = -6,8 + 8,7 + (-3,2)$, on regroupe les termes de même signe :

$$A = \underbrace{-6,8 - 3,2}_{\text{négatifs}} + \underbrace{8,7}_{\text{positif}} = -10 + 8,7 = -1,3.$$

Regrouper les négatifs entre eux et les positifs entre eux évite la plupart des erreurs de signe.

02

Multiplication et division de deux nombres relatifs

Multiplication

Règle 4

Pour multiplier deux nombres relatifs :

- on effectue le produit des distances à zéro ;
- on détermine le signe du produit avec la règle des signes.

Règle des signes

- Le produit de deux nombres de *même* signe est *positif*.
- Le produit de deux nombres de *signes contraires* est *négatif*.

Produit	Signe des facteurs	Signe du résultat
$(+) \times (+)$	mêmes signes	+
$(-) \times (-)$	mêmes signes	+
$(+) \times (-)$	signes contraires	-
$(-) \times (+)$	signes contraires	-

Exemple 4

$$(-6) \times (-7) = +(6 \times 7) = +42.$$

$$(-0,5) \times 8 = -(0,5 \times 8) = -4.$$

$$9 \times (-1,2) = -(9 \times 1,2) = -10,8.$$

Cas particuliers

Pour tout nombre relatif a :

$$1 \times a = a, \quad (-1) \times a = -a, \quad 0 \times a = 0.$$

Multiplier par -1 revient donc à prendre l'opposé.

Produit de plusieurs facteurs

Le signe d'un produit de plusieurs facteurs se détermine en comptant les facteurs négatifs :

- un nombre *pair* de facteurs négatifs donne un produit *positif* ;
- un nombre *impair* de facteurs négatifs donne un produit *négatif*.

$$(-4) \times 5 \times (-6) = +120, \quad (-0,5) \times (-3) \times 5 \times (-4) = -30.$$

Division

Règle 5

Pour diviser deux nombres relatifs, le diviseur étant non nul :

- on effectue le quotient des distances à zéro ;
- on détermine le signe du quotient avec la règle des signes.

Règle des signes

- Le quotient de deux nombres de *même* signe est *positif*.
- Le quotient de deux nombres de *signes contraires* est *négatif*.

Exemple 5

$$(-35) : (-5) = +7, \quad 48 : (-6) = -8, \quad \frac{-7,2}{0,9} = -8, \quad \frac{-45}{-9} = +5.$$

Remarque

Le signe d'un quotient obéit exactement à la même règle que celui d'un produit : on peut toujours écrire

$$a : b = a \times \frac{1}{b}.$$

Pour $b \neq 0$:

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}, \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}.$$

Attention

On ne divise jamais par zéro : l'écriture $\frac{a}{0}$ n'a pas de sens, quel que soit a .

À retenir

- Addition : même signe $\rightarrow$ on *additionne* les distances à zéro et on garde le signe commun ; signes contraires $\rightarrow$ on *soustrait* les distances à zéro et on garde le signe du plus « fort ».
- Soustraction : $a - b = a + (-b)$.
- Multiplication et division : même signe $\rightarrow$ résultat *positif* ; signes contraires $\rightarrow$ résultat *négatif*.

03**Règles de priorités de calcul****Règle 6**

Pour effectuer un calcul, on effectue dans cet ordre :

1. les parenthèses, en commençant par les plus intérieures ;
2. les multiplications et les divisions ;
3. les additions et les soustractions.

Remarque

Dans un calcul qui ne comporte que des additions et des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on effectue les opérations de gauche à droite.

Exemple 6 — sans parenthèses

Calculer $A = -8 - 26 : 2 + 3 \times 4$.

Les multiplications et les divisions d'abord :

$$\begin{aligned}A &= -8 - 13 + 12 \\&= -21 + 12 \\&= -9.\end{aligned}$$

Exemple 7 — avec parenthèses

Calculer $B = -2 + (-17 + 5 \times 7) : (-9)$.

On commence par la parenthèse, et dans celle-ci par la multiplication :

$$\begin{aligned}B &= -2 + (-17 + 35) : (-9) \\&= -2 + 18 : (-9) \\&= -2 + (-2) \\&= -4.\end{aligned}$$

Exemple 8 — parenthèses imbriquées

Calculer $C = 15 - [3 \times (4 - 9) + 7]$.

On commence par la parenthèse la plus intérieure :

$$\begin{aligned}C &= 15 - [3 \times (-5) + 7] \\&= 15 - [-15 + 7] \\&= 15 - (-8) \\&= 15 + 8 \\&= 23.\end{aligned}$$

Attention

Une calculatrice scientifique respecte ces priorités : pour calculer C ci-dessus, il faut saisir les parenthèses. Sans elles, la calculatrice ne donnerait pas 23.

Astuce

Avant de calculer, repérez la structure de l'expression : entourez les parenthèses, soulignez les multiplications et les divisions. On calcule ensuite « de l'intérieur vers l'extérieur ».

À retenir

1. Parenthèses (les plus intérieures d'abord).
2. Multiplications et divisions.
3. Additions et soustractions.

Dans un même niveau de priorité, on calcule de gauche à droite.