

08

Puissances

Calculer les puissances d'un nombre rationnel non nul, appliquer les propriétés des puissances, déterminer le signe d'une puissance et écrire un nombre décimal en notation scientifique avec son ordre de grandeur.

01

Puissance d'un nombre rationnel non nul d'exposant négatif

Définition 1

Soit a un nombre rationnel et n un entier tel que : $n \geq 2$.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

Par convention : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

Exemples

$$1) \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27} \quad 2) \left(\frac{2017}{2018}\right)^0 = 1 \quad 3) (-2016)^1 = -2016$$

Propriété 1

Pour tout nombre rationnel non nul a et tout entier naturel n , on a :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Remarque 1

a^{-n} est l'inverse de a^n .

Exemples

$$1) \left(\frac{3}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{8}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{64}} = \frac{64}{9} \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

02

Produit, puissance de puissance et quotient d'un même nombre rationnel

Propriété 2

Pour tout rationnel non nul a , pour tous nombres entiers relatifs non nuls n et m :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (a^m)^n = a^{m \times n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemples

$$1) \left(\frac{5}{4}\right)^6 \times \left(\frac{5}{4}\right)^{-6} = \left(\frac{5}{4}\right)^{6+(-6)} = \left(\frac{5}{4}\right)^0 = 1$$

$$2) (10^{-6})^{-2} = 10^{-6 \times (-2)} = 10^{12}$$

$$3) \frac{11^5}{11^{-7}} = 11^{5-(-7)} = 11^{5+7} = 11^{12}$$

03

Produit et quotient de deux puissances de même exposant

Propriété 3

Pour tous nombres rationnels non nuls a et b , pour tout entier relatif n , on a :

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples

$$1) \left(\frac{4}{9}\right)^{-7} \times \left(\frac{9}{2}\right)^{-7} = \left(\frac{4}{9} \times \frac{9}{2}\right)^{-7} = 2^{-7}$$

$$2) \frac{13^{10}}{11^{10}} = \left(\frac{13}{11}\right)^{10}$$

Remarque 2

$$2^3 + 4^3 \neq (2+4)^3 \quad \text{et} \quad 10^7 + 10^{-5} \neq 10^2$$

04

Signe d'une puissance

Propriété 4

a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel.

1) Si n est pair, alors a^n est positif.

2) Si n est impair, alors a^n et a ont le même signe.

Exemples

$$1) \left(\frac{-15}{23}\right)^6 \text{ est positif car } 6 \text{ est pair.}$$

$$2) \left(\frac{-27}{17}\right)^7 \text{ est négatif car } \frac{-27}{17} \text{ est négatif et } 7 \text{ est impair.}$$

05

La notation scientifique

Définition 2

b est un nombre décimal tel que : $b = a \times 10^n$ où $1 \leq a < 10$ et n un entier relatif.
 $a \times 10^n$ est appelé **la notation scientifique** de b .

Exemples

$$\begin{array}{ll} 1) 485000 = 4,85 \times 10^5 & 2) 420 = 4,2 \times 10^2 \\ 3) 0,0067 = 6,7 \times 10^{-3} & 4) 0,000007 = 7 \times 10^{-6} \end{array}$$

06

Ordre de grandeur

Définition 3

L'ordre de grandeur d'un nombre est la puissance de 10 la plus proche de ce nombre.

Exemples

- 1) $235,9 = 2,359 \times 10^2$. On a : 2,359 est inférieur à 5, on l'arrondit à 1, donc 10^2 est l'ordre de grandeur de 235,9.
- 2) $7263,5 = 7,2635 \times 10^3$. On a : 7,2635 est strictement supérieur à 5, on l'arrondit à 10, donc $10^3 \times 10 = 10^4$ est l'ordre de grandeur de 7263,5.