

06

Les quatre opérations sur les nombres rationnels

Développer, factoriser et calculer des expressions sur les nombres rationnels en respectant l'ordre de priorité des opérations.

01

Développer et factoriser

Règle 1

a , b et k sont des nombres rationnels :

$$\begin{array}{c} \text{on développe} \\ \downarrow \\ k(a + b) = ka + kb \\ k(a - b) = ka - kb \\ \downarrow \\ \text{on factorise} \end{array}$$

Exemples

1) $A = \frac{5}{13} \left(\frac{26}{25} + \frac{52}{15} \right)$

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{13} \times \frac{26}{25} + \frac{5}{13} \times \frac{52}{15} \\ A &= \frac{5 \times 13 \times 2}{13 \times 5 \times 5} + \frac{5 \times 13 \times 4}{13 \times 5 \times 3} \\ A &= \frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{6}{15} + \frac{20}{15} \\ \text{Donc : } A &= \frac{26}{15}. \end{aligned}$$

2) $B = \frac{7}{9} \times \frac{2018}{2017} - \frac{7}{9} \times \frac{1}{2017}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{7}{9} \left(\frac{2018}{2017} - \frac{1}{2017} \right) \\ B &= \frac{7}{9} \times \frac{2017}{2017} \\ B &= \frac{7}{9} \times 1 \\ \text{Donc : } B &= \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

02

Opposé d'une somme

Règle 2

a et b sont deux nombres rationnels : $-(a + b) = -a - b$; $-(a - b) = -a + b$.

Exemple : Calculons : $C = \left(\frac{57}{1957} + \frac{21}{78} \right) - \left(\frac{21}{78} - \frac{1900}{1957} \right)$

$$C = \left(\frac{57}{1957} + \frac{21}{78} \right) - \left(\frac{21}{78} - \frac{1900}{1957} \right)$$

$$C = \left(\frac{57}{1957} + \frac{21}{78} \right) - \left(\frac{21}{78} - \frac{1900}{1957} \right)$$

$$C = \frac{57}{1957} + \frac{21}{78} - \frac{21}{78} + \frac{1900}{1957}$$

$$C = \frac{57}{1957} + \frac{1900}{1957} = \frac{1957}{1957}$$

Donc : $C = 1$.

03

Somme et produit de plusieurs nombres rationnels

Règle 3

La somme de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre des termes de cette somme.

Exemple : Calculons : $D = \frac{8}{9} + \frac{7}{6} + \frac{-8}{9} - \frac{1}{6} + \frac{4}{3}$

$$D = \frac{8}{9} + \frac{-8}{9} + \frac{7}{6} - \frac{1}{6} + \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{6}{6} + \frac{4}{3}$$

$$D = 1 + \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{3}{3} + \frac{4}{3}$$

Donc : $D = \frac{7}{3}$.

Règle 4

Le produit de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre des facteurs de ce produit.

Exemple : Calculons : $E = \frac{11}{27} \times \frac{7}{18} \times \frac{-54}{22} \times \frac{18}{17}$

$$E = \frac{11}{27} \times \frac{-54}{22} \times \frac{7}{18} \times \frac{18}{17}$$

$$E = -\frac{11}{27} \times \frac{27}{11} \times \frac{7}{17}$$

$$E = -1 \times \frac{7}{17}$$

Donc : $E = -\frac{7}{17}$.

04

Priorité des calculs

Règle 5

Pour calculer une expression sans parenthèses, on commence par effectuer les multiplications ou les divisions avant les additions et les soustractions.

Exemple : Calculons : $F = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} - \frac{9}{2} : \frac{7}{11}$

$$F = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} - \frac{9}{2} : \frac{7}{11} = \frac{15}{28} - \frac{9}{2} \times \frac{11}{7}$$

$$\text{Donc : } F = \frac{15}{28} - \frac{99}{14} = \frac{15}{28} - \frac{198}{28} = -\frac{183}{28}.$$

Règle 6

Pour calculer une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemple : Calculons : $G = 2 - \frac{1}{6} \left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \right)$

$$G = 2 - \frac{1}{6} \left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{15} \right) = 2 - \frac{1}{6} \left(\frac{-3}{15} + \frac{2}{15} \right)$$

$$\text{Donc : } G = 2 - \frac{1}{6} \left(\frac{-1}{15} \right) = 2 + \frac{1}{90} = \frac{180}{90} + \frac{1}{90} = \frac{181}{90}.$$