

2 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités géométriques

10

Triangle rectangle et cercle

Reconnaître et utiliser la propriété du milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle, celle du cercle circonscrit à un triangle rectangle et la définition de la tangente à un cercle en un point.

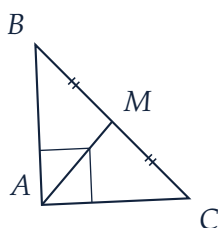
01

Milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Propriété 1

Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des sommets du triangle.

Donnée

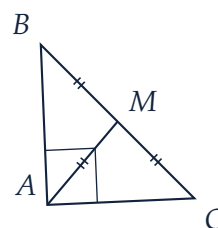


M est le milieu de $[BC]$

Propriété 1



Conclusion



$$MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$$

Exemples

1) Soit ABC un triangle rectangle en A , et I le milieu $[BC]$ tel que : $BC = 9$ cm.

Calculons AI .

ABC est un triangle rectangle en A et I le milieu de son hypoténuse $[BC]$, alors : $AI = \frac{BC}{2}$, c'est-à-dire : $AI = \frac{9}{2}$. Donc : 4,5 cm.

2) Soit EFG un triangle rectangle en G , et K le milieu $[EF]$ tel que : $GK = 6$ cm.

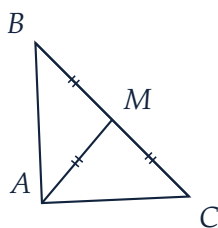
Calculons EF .

EFG est un triangle rectangle en G , et K le milieu de son hypoténuse $[EF]$, alors : $EF = 2 \times GK$, c'est-à-dire : $EF = 2 \times 6$. Donc : $EF = 12$ cm.

Propriété 2

Si le milieu d'un côté d'un triangle est équidistant de ses sommets, alors ce triangle est rectangle.

Donnée

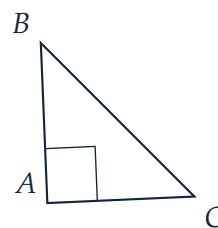


$$MA = MB = MC$$

Propriété 2



Conclusion



ABC est un triangle rectangle en A .

Exemple : ABC est un rectangle en A car $IA = IB = IC$, par contre ABD n'est pas rectangle.

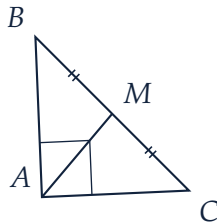
02

Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Propriété 3

Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Donnée

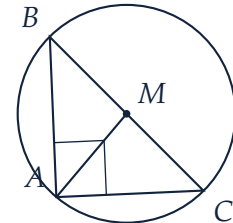


M est le milieu de $[BC]$

Propriété 3



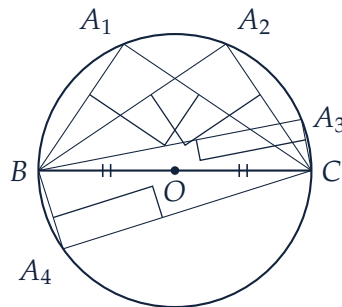
Conclusion



M est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Propriété 4

Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.



Exemple : E est un point du cercle de diamètre $[GF]$. (voir figure)

Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

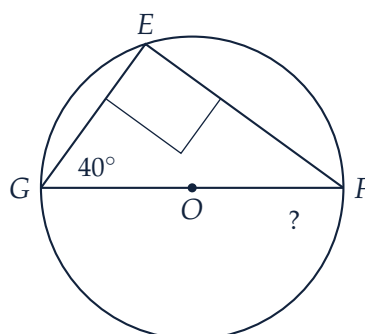
Puisque E est un point du cercle de diamètre $[GF]$,

donc : $\widehat{GEF} = 90^\circ$.

On a : $\widehat{EGF} + \widehat{EFG} = 90^\circ$ et $\widehat{EGF} = 40^\circ$

Donc : $40^\circ + \widehat{EFG} = 90^\circ$ c'est-à-dire : $\widehat{EFG} = 90^\circ - 40^\circ$

D'où : $\widehat{EFG} = 50^\circ$.



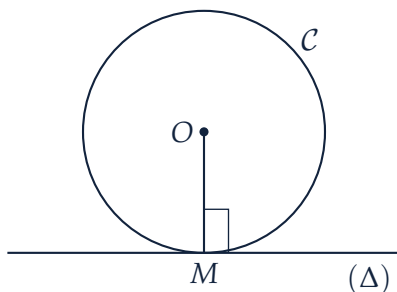
03

Tangentes à un cercle

Définition

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et M un point du cercle $\mathcal{C}$.

La tangente à $\mathcal{C}$ en M est la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (OM) en M .



Remarque

Si (Δ) est la tangente à $\mathcal{C}$ de centre O en M , alors $(\Delta) \perp (OM)$.