

14

Vecteurs et translations

Connaître la notion de vecteur, l'égalité de deux vecteurs, la somme de deux vecteurs, la relation de Chasles, l'opposé d'un vecteur et la translation.

01

Vecteurs

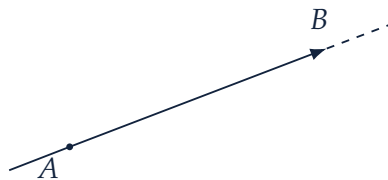
Définition 1

A et B sont deux points distincts du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un objet mathématique caractérisé par :

- **une direction** (la droite (AB))
- **un sens** (de A vers B)
- **une longueur** ou **norme** (la longueur de $[AB]$)

A est l'origine de $\overrightarrow{AB}$, B est l'extrémité de $\overrightarrow{AB}$.



Cas particulier : Si $A = B$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ s'écrit $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{BB}$. $\overrightarrow{AA}$ est appelé le vecteur nul ; on le note : $\vec{0}$.

Ainsi : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$.

02

Vecteurs égaux

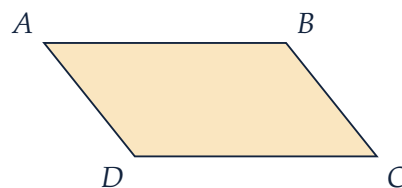
Définition 2

Deux vecteurs sont égaux signifie que les deux vecteurs ont la même direction, le même sens et la même norme.

Conséquence : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que : $ABCD$ est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ signifie que : } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ signifie que : } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$$



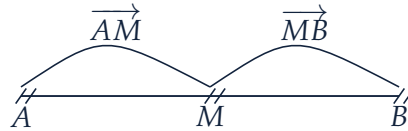
03

Milieu d'un segment

Propriété 1

A et B sont deux points distincts.

- 1) Si M est le milieu de $[AB]$, alors $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.
- 2) Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, alors M est le milieu de $[AB]$.



04

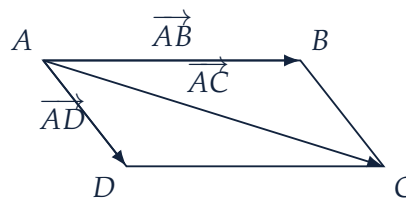
Somme de deux vecteurs

Propriété 2

$ABCD$ est un parallélogramme.

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est appelé la somme des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Ainsi : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.



05

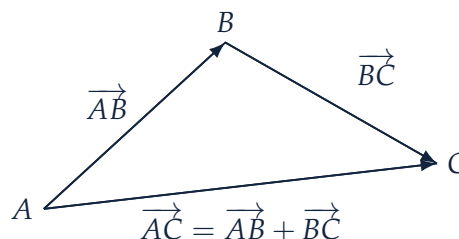
Relation de Chasles

Propriété 3

A, B et C sont trois points du plan :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Cette relation est appelée **relation de Chasles**.



06

Opposé d'un vecteur

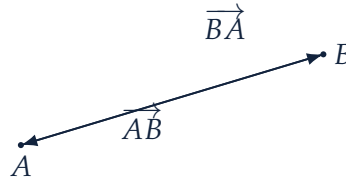
Définition 3

A et B sont deux points distincts.

On sait que : $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$

Le vecteur $\vec{BA}$ est appelé l'opposé du vecteur $\vec{AB}$.

Ainsi : $\vec{AB} = -\vec{BA}$.

**07****Somme de vecteurs**

A et B sont deux points distincts et n un nombre entier naturel.

$$\underbrace{\vec{AB} + \vec{AB} + \dots + \vec{AB}}_{n \text{ fois}} = n \vec{AB} \quad \text{et} \quad n \vec{AB} = -n \vec{BA}$$

08**Translation****Définition 4**

Soit M un point et $\vec{AB}$ un vecteur.

Le point M' est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{AB}$ signifie que : $\vec{MM'} = \vec{AB}$.

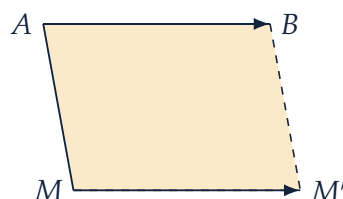
**Image d'un point par une translation**

Construction de M' l'image de M par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

1^{er} Cas : Si M est un point de (AB) :



2^e Cas : M' n'est pas un point de (AB) .



Remarque

M' est l'image de M par la translation qui transforme A en B signifie que $ABM'M$ est un parallélogramme.