

01

Calcul littéral et identités remarquables

Développer et factoriser une expression littérale en utilisant les identités remarquables.

01

Développement

Définition

Développer un produit, c'est le transformer en somme.

Propriété 1

Quels que soient les nombres réels a , b , c et k :

- $k(a + b) = ka + kb$;
- $k(a - b) = ka - kb$;
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Exemple :

$$A = -3(x - 3) + (x - 2)(x - 1)$$

$$A = -3x + 9 + x^2 - x - 2x + 2$$

$$A = x^2 - 3x - x - 2x + 9 + 2$$

$$A = x^2 - 6x + 11.$$

02

Identités remarquables

Définition

Une identité remarquable est une égalité qui est vraie quelles que soient les valeurs données aux lettres qui figurent dans l'égalité.

Propriété 2

Quels que soient les nombres réels a et b :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Exemples :

$$1) A = \left(2x + \frac{3}{4}\right)^2$$

$$A = (2x)^2 + 2\left(2x \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \quad \text{c'est l'identité } (a + b)^2 \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = \frac{3}{4}.$$

$$\text{donc} \quad A = 4x^2 + 3x + \frac{9}{16}.$$

$$2) B = (x - 6)^2$$

$$B = x^2 - 2(x \times 6) + 6^2 \quad \text{donc} \quad B = x^2 - 12x + 36.$$

$$3) C = (7x - 4)(7x + 4)$$

$$C = (7x)^2 - 4^2 \quad \text{donc} \quad C = 49x^2 - 16.$$

03

Factorisation

Définition

Factoriser une somme, c'est la transformer en produit.

1. Factoriser à l'aide d'un facteur commun

Propriété 3

Quels que soient les nombres réels a , b et k :

- $ka + kb = k(a + b)$;
- $ka - kb = k(a - b)$.

Exemple :

$$A = (x - 4)(3x - 2) - (x - 4)(x - 6)$$

$$A = (x - 4) [(3x - 2) - (x - 6)]$$

$$A = (x - 4)(3x - 2 - x + 6)$$

$$A = (x - 4)(2x + 4)$$

$$A = 2(x - 4)(x + 2).$$

2. Factoriser à l'aide d'une identité remarquable

Propriété 4

Quels que soient les nombres réels a et b :

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$;
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Exemples :

$$1) A = x^2 + 18x + 81$$

$$A = x^2 + 2(x \times 9) + 9^2 \quad \text{car} \quad \begin{array}{l} a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ a = x \text{ et } b = 9 \end{array}$$

$$\text{donc} \quad A = (x + 9)^2.$$

$$2) B = 4x^2 - 20x + 25$$

$$B = (2x)^2 - 2(2x \times 5) + 5^2 \quad \text{donc} \quad B = (2x - 5)^2.$$

$$3) C = \frac{9}{4}x^2 - 121$$

$$C = \left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 11^2 \quad \text{donc} \quad C = \left(\frac{3}{2}x + 11\right)\left(\frac{3}{2}x - 11\right).$$

Remarque

Pour choisir la bonne identité, on compare l'expression donnée aux trois formes du second membre de la propriété 4 : on repère d'abord les deux carrés, puis le double produit.

04**À retenir****À retenir**

Développer : transformer un produit en somme.

Factoriser : transformer une somme en produit.

Les trois identités remarquables, dans les deux sens :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$