

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités numériques

11

Équations et inéquations

Reconnaître une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue, la résoudre, puis mettre un problème en équation ou en inéquation.

01

Équation du premier degré à une inconnue

Définition 1

On appelle **équation du premier degré à une inconnue** x toute équation qui peut s'écrire sous la forme : $ax + b = 0$ où a et b sont deux réels donnés.

Résoudre une équation c'est trouver toutes les solutions.

Exemples : résolvons les équations suivantes

1) $x\sqrt{3} + 2 = x\sqrt{27} + 1$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{27})x = -1$$

$$(\sqrt{3} - 3\sqrt{3})x = -1$$

$$-2\sqrt{3}x = -1$$

$$x = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$\frac{\sqrt{3}}{6}$ est la solution unique de cette équation.

2) $\frac{x-2}{4} - \frac{x}{6} = 1 - \frac{4-x}{12}$

$$\frac{3(x-2)}{12} - \frac{2x}{12} = \frac{12}{12} - \frac{4-x}{12}$$

$$3x - 6 - 2x = 12 - 4 + x$$

$$x - 6 = 8 + x$$

$$0x = 14$$

$0 = 14$ impossible : l'équation proposée n'a pas de solution.

3) $(x-2)(x-1) - 5 = x(x-2) - (3+x)$

$$x^2 - x - 2x + 2 - 5 = x^2 - 2x - 3 - x$$

$$x^2 - 3x - 3 = x^2 - 3x - 3$$

$$x^2 - 3x - x^2 + 3x = -3 + 3$$

$$0x = 0$$

Ceci est vrai pour tout réel x . Tous les nombres réels sont solutions de cette équation.

02

Équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$

Propriété 1

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

Autrement dit : α et β sont deux nombres réels : $\alpha \times \beta = 0$ signifie : $\alpha = 0$ ou $\beta = 0$.

Propriété 2

a , b et c sont des nombres réels.

Les solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$ sont les solutions des deux équations : $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$.

Exemple : résolvons l'équation $(x\sqrt{2} - 3)(-x + \sqrt{3}) = 0$

On a : $(x\sqrt{2} - 3)(-x + \sqrt{3}) = 0$

c'est-à-dire : $x\sqrt{2} - 3 = 0$ ou $-x + \sqrt{3} = 0$

$$x\sqrt{2} - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad -x + \sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{3}$$

Cette équation admet donc deux solutions : $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $\sqrt{3}$.

03

Inéquation du premier degré à une inconnue

Définition 2

On appelle **inéquation du premier degré à une inconnue** x toute inéquation qui peut s'écrire sous la forme : $ax + b \leq 0$ ou $ax + b < 0$, où a et b sont deux réels donnés.

Résoudre une inéquation, c'est déterminer toutes ses solutions.

Exemples : résolvons les inéquations suivantes

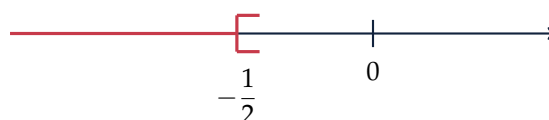
1) $4x + 3 < 1$

$$4x < 1 - 3$$

$$x < -\frac{2}{4}$$

$$x < -\frac{1}{2}$$

Les solutions de cette inéquation sont les nombres réels strictement inférieurs à $-\frac{1}{2}$.

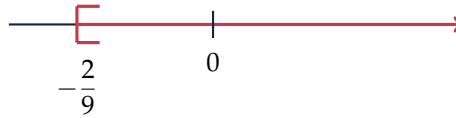


$$2) -2x \leq \frac{4}{9}$$

$$x \geq \frac{4}{9} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \left(\text{car } -\frac{1}{2} < 0\right)$$

$$x \geq -\frac{2}{9}$$

Les solutions de cette inéquation sont les nombres réels supérieurs ou égaux à $-\frac{2}{9}$.



04

Mise en équation ou en inéquation d'un problème

Méthode

Pour résoudre un problème, on respecte les étapes suivantes :

- 1) Choix de l'inconnue.
- 2) Mise en équation ou en inéquation (on traduit chaque donnée en fonction de l'inconnue).
- 3) Résolution de l'équation ou de l'inéquation.
- 4) Vérification et interprétation du résultat.

05

À retenir

À retenir

Une **équation du premier degré à une inconnue** x est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax + b = 0$; une **inéquation du premier degré à une inconnue** x peut s'écrire sous la forme $ax + b \leq 0$ ou $ax + b < 0$, où a et b sont deux réels donnés.

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les solutions ; résoudre une inéquation, c'est déterminer toutes ses solutions.

Équation produit : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul. Donc $(ax + b)(cx + d) = 0$ signifie que $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.

Problème : on choisit l'inconnue, on met le problème en équation ou en inéquation, on résout, puis on vérifie et on interprète le résultat.