

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités graphiques et statistiques

14 Fonctions affines

Reconnaître une fonction affine, déterminer son coefficient et son ordonnée à l'origine, puis construire et exploiter sa représentation graphique qui est une droite.

01 Fonctions affines

Définition

Soit a et b deux nombres réels donnés.

La relation f qui à tout nombre réel x fait correspondre le nombre $ax + b$ est appelée **fonction affine de coefficient a** .

On la note : $f : x \mapsto ax + b$, et on dit que $ax + b$ est l'image de x par f , et on écrit : $f(x) = ax + b$. b est appelé l'**ordonnée à l'origine**.

Exemple : La fonction f telle que $x \mapsto -4x + 3$ est une fonction affine ($a = -4$ et $b = 3$).

On écrit : $f(x) = -4x + 3$.

- L'image de -2 est $f(-2)$: $f(-2) = -4 \times (-2) + 3 = 8 + 3 = 11$.
- 11 est l'image de -2 par f , et -2 est l'antécédent de 11 par la fonction f .
- $f(0) = -4 \times 0 + 3 = 3$, donc le nombre 3 est l'ordonnée à l'origine.

Remarque 1

- Toute fonction linéaire est une fonction affine particulière : $f(x) = ax$ peut s'écrire : $f(x) = ax + 0$.
- Une fonction affine f définie par $f(x) = b$ est appelée une **fonction constante** : $f(x) = 0 \times x + b$.

02 Propriété des fonctions affines

Propriété 1

x_1 et x_2 sont deux nombres réels distincts.

Si f est une fonction affine, alors $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ est le coefficient de la fonction f .

Exemple : Soit f une fonction affine telle que : $f(-2) = 4$ et $f(5) = 7$

Calculons $f(3)$.

- On sait que : $\frac{f(3) - f(5)}{3 - 5} = \frac{f(-2) - f(5)}{-2 - 5}$ (coefficient de la fonction affine f).
- Donc : $\frac{f(3) - 7}{-2} = \frac{4 - 7}{-2 - 5} = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$ c'est-à-dire : $f(3) - 7 = -2 \times \frac{3}{7} = \frac{-6}{7}$
- D'où : $f(3) = \frac{-6}{7} + 7 = \frac{43}{7}$.

03 Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété 2

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère est une droite.

Remarque 2

$M(x; y)$ appartient à la courbe (C_f) signifie que : $f(x) = y$

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

On considère la fonction affine f telle que : $f(x) = ax + b$.

On a : $f(0) = b$ et $f(1) = a + b$.

D'où la courbe de la fonction f est la droite qui passe par les points $A(0; b)$ et $B(1; a + b)$.

Exemples :

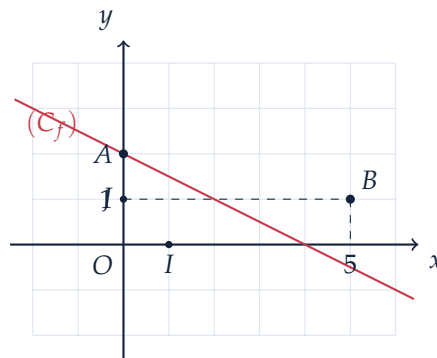
1) Soit f la fonction affine définie par : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$.

Traçons la représentation graphique de f .

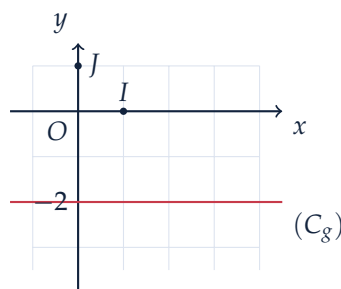
On a : $f(0) = 2$; donc $A(0; 2)$ appartient à la courbe (C_f) .

Et : $f(5) = -\frac{1}{2} \times 5 + 2 = 1$; donc $B(5; 1)$ appartient à la courbe (C_f) .

D'où $(C_f) = (AB)$.



2) Soit g la fonction affine définie par : $g(x) = -2$



Représentation graphique d'une fonction constante g

Remarque 3

- La représentation graphique d'une fonction constante est parallèle à l'axe des abscisses.
- La représentation graphique de la fonction nulle est l'axe des abscisses.

04

À retenir

À retenir

Soit a et b deux nombres réels donnés. La relation f qui, à tout nombre réel x , fait correspondre le nombre $ax + b$ est une **fonction affine** de coefficient a ; on la note $f(x) = ax + b$.

Le nombre b est l'**ordonnée à l'origine** : c'est l'image de 0 par f .

Si f est une fonction affine et x_1, x_2 deux nombres réels distincts, alors $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ est le **coefficient** de f .

La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite** ; celle d'une fonction constante est une droite **parallèle à l'axe des abscisses**.

Toute fonction linéaire est une fonction affine particulière : $f(x) = ax$ s'écrit $f(x) = ax + 0$.