

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités graphiques et statistiques

13

Fonctions linéaires

Reconnaître une fonction linéaire, déterminer son coefficient et construire sa représentation graphique qui est une droite passant par l'origine du repère.

01

Fonction linéaire

Définition

Soit a un nombre donné.

La relation f qui, à tout nombre réel x , fait correspondre le produit ax est appelée **fonction linéaire de coefficient a** .

On la note $f : x \mapsto ax$.

Le nombre ax est l'image de x par f , et on écrit : $f(x) = ax$, $f(x)$ se lit « f de x ».

Remarque 1

Une situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire.

Exemple :

Le périmètre d'un triangle équilatéral est proportionnel à la longueur de son côté.

Soit x la longueur du côté, le périmètre de ce triangle est : $3x$.

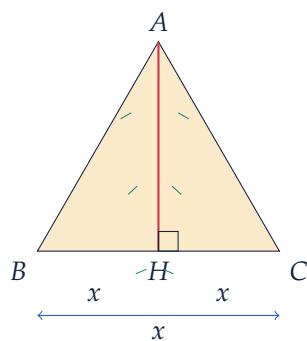
Ainsi, on a défini la fonction linéaire p telle que : $p(x) = 3x$.

L'image de 4 par p se note $p(4)$.

$$p(4) = 3 \times 4 = 12$$

12 est l'image de 4 par la fonction linéaire p .

4 est l'antécédent de 12 par la fonction linéaire p .



Remarque 2

- Ne pas confondre $p(4)$ et $p \times 4$.
- Pour calculer $f(x)$, on multiplie x par a le coefficient de la fonction linéaire.

02

Coefficient d'une fonction linéaire

Propriété 1

Si f est une fonction linéaire et x un nombre réel non nul, alors $\frac{f(x)}{x}$ est le coefficient de f .

Exemple : Soit f une fonction linéaire tel que : $f(-4) = 5$.

Calculons $f(-3)$.

f est une fonction linéaire, donc $f(x) = ax$.

Or : $f(-4) = 5$, alors : $a = \frac{f(-4)}{-4} = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4}$.

Par conséquent : $f(x) = -\frac{5}{4}x$.

Donc : $f(-3) = -\frac{5}{4} \times (-3)$ c'est-à-dire : $f(-3) = \frac{15}{4}$.

03 Représentation graphique d'une fonction linéaire

Propriété 2

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

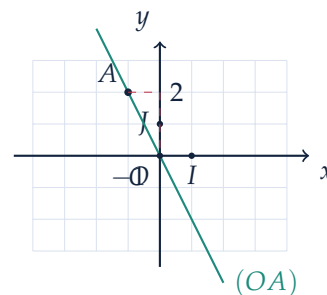
Remarque 3

- La représentation graphique ou la courbe d'une fonction linéaire f est notée (C_f) ou (D) .
- $M(x; y)$ est un point de (C_f) signifie que : $f(x) = y$.

Exemple :

Représentation graphique de la fonction linéaire $h : x \mapsto -2x$

x	0	-1
$h(x)$	0	2
	O	A



$$h(-1) = -2 \times (-1) = 2.$$

Il en résulte que la droite (OA) est la courbe de la fonction linéaire h .

Remarque 4

Toute droite passant par O représente une fonction linéaire.

04 Propriété des fonctions linéaires

Propriété 3

Soit f une fonction linéaire de coefficient a , on a toujours : $f(0) = 0$ et $f(1) = a$.

05

À retenir

À retenir

Une **fonction linéaire** de coefficient a est la relation qui, à tout nombre réel x , fait correspondre le produit ax ; on la note $f(x) = ax$.

Le nombre ax est l'**image** de x par f ; x est un **antécédent** de ax .

Si f est une fonction linéaire et x un nombre réel non nul, alors $\frac{f(x)}{x}$ est le **coefficient** de f .

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite passant par l'origine** O du repère ; toute droite passant par O représente une fonction linéaire.

Pour une fonction linéaire f de coefficient a , on a toujours : $f(0) = 0$ et $f(1) = a$.