

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités géométriques

12

Translation et vecteurs

Reconnaître l'image d'un point et d'une figure par une translation, puis utiliser l'égalité de deux vecteurs, la somme vectorielle et la relation de Chasles.

01

Image d'un point par une translation

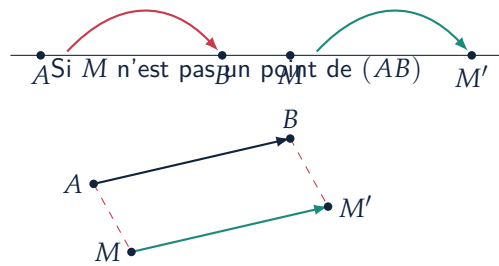
Définition 1

A et B sont deux points distincts.

M' est l'image de M par la translation qui transforme A en B signifie que $ABM'M$ est un parallélogramme.

Autrement dit : M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ signifie que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$.

Si M est un point de (AB)

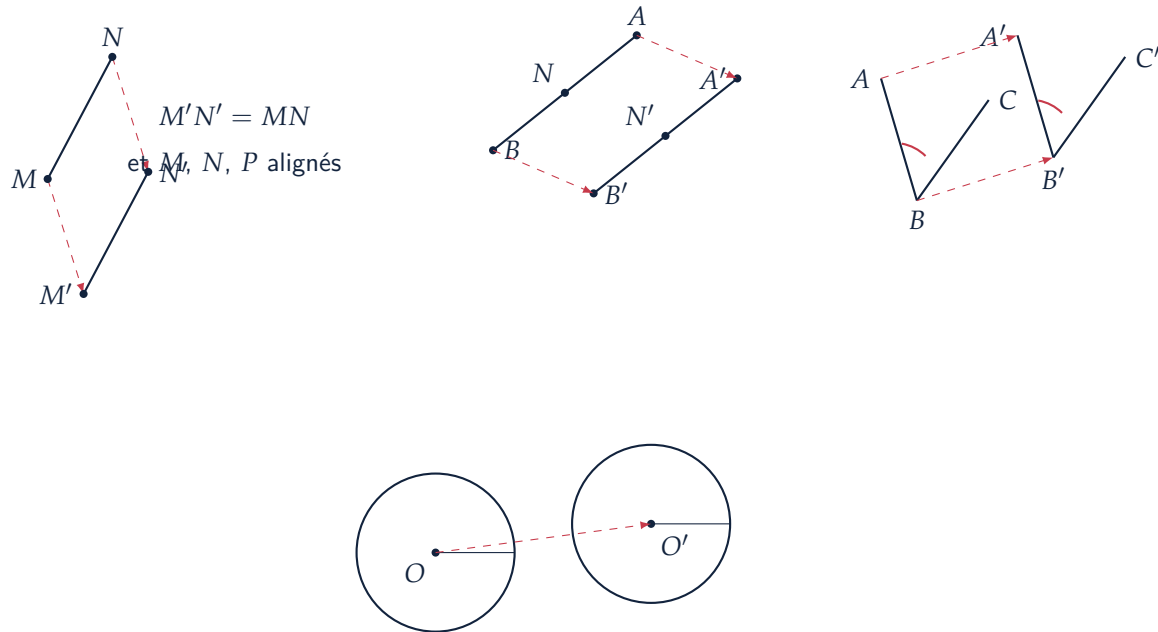


02

Propriétés des translations

Propriété 1

- 1) Si M' et N' sont les images respectives des points M et N par une translation, alors $M'N' = MN$.
La translation conserve les longueurs.
- 2) Si M , N et P sont trois points alignés, alors leurs images par une translation sont des points alignés.
La translation conserve l'alignement.
- 3) Par une translation, une droite (d) a pour image une droite (d') parallèle à (d) .
- 4) Par une translation, un segment $[MN]$ a pour image un segment $[M'N']$ de même longueur.
- 5) Par une translation, une demi-droite $[MP)$ a pour image la demi-droite $[M'P')$.
- 6) L'image d'un angle $\widehat{ABC}$ par une translation est l'angle $\widehat{A'B'C'}$ de même mesure.
La translation conserve les mesures des angles.
- 7) Un cercle de centre O a pour image un cercle de même rayon dont le centre O' est l'image de O par la translation.



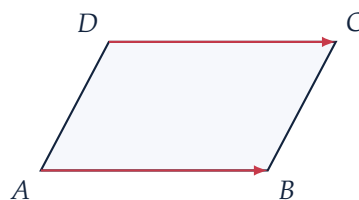
03 Égalité de deux vecteurs

Définition 2

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que :

- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont la même direction
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont le même sens
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont la même longueur

Autrement dit : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme.



04 Vecteur et milieu d'un segment

Propriété 2

A, M et B sont des points.

M est le milieu de $[AB]$ signifie que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.



05

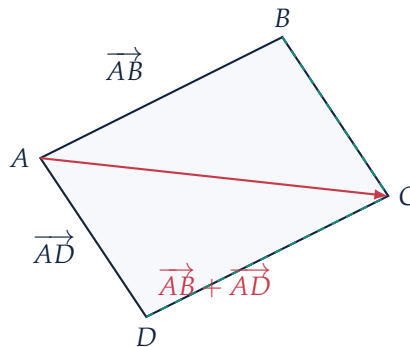
Somme de deux vecteurs et relation de Chasles

Définition 3

A, B, C et D sont des points tels que $ABCD$ est un parallélogramme.
Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est appelé **la somme** des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$:

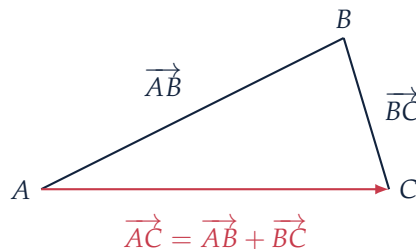
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

Autrement dit : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme.



Définition 4

A, B et C sont des points.
La relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ est appelée **relation de Chasles**.



06

Produit d'un vecteur par un réel

Définition 5

Soit k un nombre réel et $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul.
Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel k si, C est un point de la droite (AB) tel que :

- $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont le même sens si k est positif.
- $\overrightarrow{AC} = -k\overrightarrow{AB}$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de sens contraires si k est négatif.
- $C = A$ si $k = 0$.

Conséquences

$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

- $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ signifie que M est un point de (AB) .

- Si $\vec{AM} = k\vec{AB}$ et $k > 0$, alors les vecteurs $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ ont le même sens.
- Si $\vec{AM} = k\vec{AB}$ et $k < 0$, alors les vecteurs $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ sont de sens contraires.



07

À retenir

À retenir

Translation. M' est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{AB}$ signifie que $\vec{MM'} = \vec{AB}$, c'est-à-dire que $ABM'M$ est un parallélogramme.

Une translation conserve les longueurs, l'alignement, les mesures des angles et transforme une droite en une droite parallèle.

Vecteurs.

$\vec{AB} = \vec{DC}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme.

M est le milieu de $[AB]$ signifie que $\vec{AM} = \vec{MB}$.

Relation de Chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Somme de deux vecteurs : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme.