

3 APIC ■ Semestre 1 ■ Activités géométriques

06

Trigonométrie

Définir le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle et utiliser la calculatrice pour en calculer les valeurs.

01

Rapports trigonométriques dans un triangle rectangle

Définition

Soit ABC un triangle rectangle en A .

- $\frac{AB}{BC}$ est appelé le **cosinus** de l'angle $\widehat{ABC}$.

On le note $\cos \widehat{ABC}$; donc :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}.$$

- $\frac{AC}{BC}$ est appelé le **sinus** de l'angle $\widehat{ABC}$.

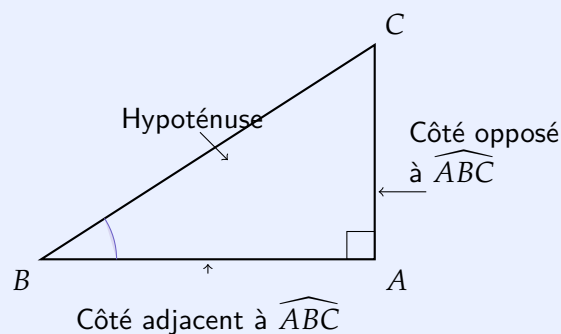
On le note $\sin \widehat{ABC}$; donc :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}.$$

- $\frac{AC}{AB}$ est appelé la **tangente** de l'angle $\widehat{ABC}$.

On le note $\tan \widehat{ABC}$; donc :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{AC}{AB}.$$



Exemple

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 4$, $AC = 3$ et $BC = 5$, donc :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{4}{5}, \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad \tan \widehat{ABC} = \frac{3}{4}.$$

Propriété 1

Si x la mesure en degrés d'un angle aigu, alors :

$$0 < \cos x < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \sin x < 1.$$

02

Sinus, cosinus et tangente sur la calculatrice

Pour trouver le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle aigu, on s'assure que la calculatrice est en mode « degré » et on utilise les touches $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$ ou $\boxed{\tan}$.

Exemple

Pour calculer le cosinus d'un angle mesurant 35° il faut, en général, taper la séquence suivante :

$$\boxed{\cos} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{=} \quad \text{ou} \quad \boxed{\cos} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{\text{EXE}}$$

qui donne : $\cos 35^\circ \simeq 0,819$.

Remarque

Pour retrouver la mesure d'un angle à partir de son sinus, cosinus ou tangente, on s'assure que la calculatrice est en mode « degré » et on utilise les touches $\boxed{\sin^{-1}}$, $\boxed{\cos^{-1}}$ ou $\boxed{\tan^{-1}}$.

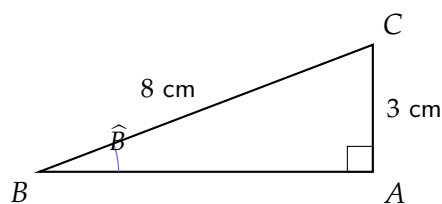
Exemple

On considère le triangle rectangle en A suivant, on a : $\sin \hat{B} = \frac{3}{8}$.

Pour trouver la mesure $\hat{B}$, il faut, en général, taper :

$$\boxed{\sin^{-1}} \boxed{(} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{)} \boxed{=} \quad \text{ou} \quad \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{\text{EXE}}$$

qui donne : $\hat{B} \simeq 22^\circ$.



03

Relation entre cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

Propriété 2

Soit x la mesure d'un angle aigu, alors :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \text{et} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Exemples

1) Calculons la valeur exacte de $\sin x$ et $\tan x$ sachant que : $\cos x = \frac{3}{5}$.

On sait que : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

donc :

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2.$$

comme : $\sin x > 0$, alors $\sin x = \frac{4}{5}$.

2) On a :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3}, \quad \text{donc :} \quad \tan x = \frac{4}{3}.$$

04

Rapports trigonométriques de deux angles complémentaires

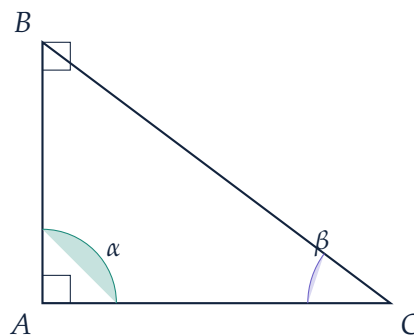
Propriété 3

Si deux angles aigus sont complémentaires, alors :

le cosinus de l'un est égal au sinus de l'autre et la tangente de l'un est égale à l'inverse de la tangente de l'autre.

Autrement dit : Si $\alpha + \beta = 90^\circ$, alors :

$$\cos \alpha = \sin \beta \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \cos \beta \quad \text{et} \quad \tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}.$$



À retenir

Dans un triangle rectangle en A , pour l'angle aigu $\widehat{ABC}$:

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}, \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}, \quad \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}.$$

Pour tout angle aigu x : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, avec $0 < \cos x < 1$ et $0 < \sin x < 1$.

Si deux angles aigus α et β sont complémentaires ($\alpha + \beta = 90^\circ$), alors $\cos \alpha = \sin \beta$, $\sin \alpha = \cos \beta$ et $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$.

La calculatrice doit être en mode « degré » : les touches $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$, $\boxed{\tan}$ donnent le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle, et les touches $\boxed{\sin^{-1}}$, $\boxed{\cos^{-1}}$, $\boxed{\tan^{-1}}$ retrouvent la mesure d'un angle.