

1 APIC ■ Semestre 1 ■ Calcul numérique

10

Puissances

Utiliser les puissances, leurs propriétés et l'écriture scientifique.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Exercices

Exercice 1

Calculer :

$$7^2; \quad 10^9; \quad (-3)^3; \quad (0,02)^4; \quad (-5)^2; \quad (-2)^5; \\ (-1)^{2017}; \quad 2016^0; \quad (-1)^{2018}; \quad -0,06^2; \quad 0^{2016}; \quad 2019^1.$$

Exercice 2

Compléter :

$$8^4 = 2^{\cdots}, \quad 27^6 = 3^{\cdots}, \\ 81^2 = 3^{\cdots}, \quad 25^4 = 5^{\cdots}.$$

Exercice 3

Soient a , b et c des nombres relatifs non nuls tels que :

$$a^2 = 3b, \quad b^2 = 2c, \quad c^2 = 6a.$$

Calculer :

$$abc.$$

Exercice 4

Sans calculer, déterminer le signe de :

$$(-3)^{24}, \quad (-2)^{17}, \quad -5^6, \\ (-1)^{2017}, \quad -2 \times (-7)^8, \quad -3 \times (-6)^7.$$

Exercice 5

Soient a , b et c des nombres relatifs non nuls tels que :

$$a^3b^2 < 0, \quad abc^2 > 0, \quad b - c > 0.$$

Déterminer le signe de c .

Exercice 6

Simplifier :

$$A = 10^5 + 10^4 + 10^4 + 10^3,$$

$$B = 3 \times 10^3 + 6 \times 10^4 + 3 \times 10^5,$$

$$C = 2 \times 10^{18} + 2 + 4 \times 10^9.$$

Exercice 7Soient a , b et c des nombres relatifs non nuls tels que :

$$a + b + c = 0 \quad \text{et} \quad abc = 10.$$

Calculer :

$$(a + b)^3(a + c)^3(b + c)^3.$$

Exercice 8

Calculer :

$$8 + 3^2, \quad 8 \times 3^2, \quad (8 + 3)^{22}, \quad 8 - 3^2, \quad -34 \times 2^2, \quad (2^2 \times 5)^3.$$

Exercice 91. Écrire sous la forme $2^n \times 3^p$:

$$72, \quad 144, \quad 108, \quad 384.$$

2. Écrire sous la forme $2^n \times 3^p \times 5^m$:

$$240, \quad 600, \quad 720, \quad 360.$$

3. Écrire sous la forme $2^n \times 3^p$:

$$a = 81 \times 18^5 \times 12^4,$$

$$b = (48)^3 \times (27)^2 \times (72)^3.$$

Exercice 10

Compléter :

$$((-10^3)^4) = 10^{\dots}, \quad (2^7)^2 \times (2^3)^7 = 2^{\dots},$$

$$(11^5)^2 = 11^{\dots}, \quad (-6)^{\dots} \times (-6)^4 = 6^{10}.$$

Exercice 11

Montrer que :

$$8^{18} = 2^{54}$$

et

$$32^{26} = 2^{130}.$$

Exercice 12 a , b et c sont des nombres relatifs non nuls.

Écrire le plus simplement possible :

$$J = (-5a)^4 \times 4a,$$

$$A = a^3 \times b^5 \times a^7 \times c^6 \times b^4 \times c^{11},$$

$$N = (a \times b^4 \times c^6)^2,$$

$$V = (4a^2b^3)^2 \times a^3 \times b.$$

Exercice 13

Compléter :

$$5^3 \times 5^{\dots} = 5^8, \quad 7^{\dots} \times 7^2 = 7^3,$$

$$(-8)^2 \times (-8)^{\dots} \times (-8)^5 = (-8)^9,$$

$$\frac{10^8}{10^{\dots}} = 10^6, \quad \frac{10^{\dots}}{10^7} = \frac{1}{10^3},$$

$$(10^3)^{\dots} = 10^9, \quad (8^{\dots})^2 = 8^{10}.$$

Exercice 14

Compléter :

$$16^4 = 2^{\dots}, \quad 9^5 = 3^{\dots},$$

$$49^2 = 7^{\dots}, \quad (125)^6 = 5^{\dots}.$$

Exercice 15

Relier chaque expression à son résultat simplifié :

$$a^4 \times a^3 \times a, \quad (a \times a^2)^3, \quad (a^4)^3, \quad a \times a^4, \quad (2a)^2, \quad (-2a)^3,$$

avec :

$$a^8, \quad -8a^3, \quad a^9, \quad a^5, \quad 4a^2, \quad a^{12}.$$

Exercice 16

Calculer :

$$3^4, \quad 10^5, \quad (-0,02)^3, \quad (-1)^{2019},$$

$$1957^0, \quad 21^0, \quad (-6)^2.$$

Exercice 17

Donner le signe sans calculer :

$$(-21)^{2017}, \quad (21,9)^{57}, \quad (-9)^{21}.$$

Exercice 18 a, b, c et k sont des nombres relatifs.

Simplifier :

$$-5x \times x \times 2k, \quad 3x^2 \times 7x^3, \quad a^2 \times a \times a^6,$$

$$(a^3)^2 \times a \times (b^4)^2k,$$

$$(ab^2c^3)^2 \times (c^2 \times c)^3 \times (a^2b^2)^2.$$

Exercice 19

Remplacer les pointillés :

$$2^{13} = 2^{\dots} \times 2^7,$$

$$[(-7)^2]^{\dots} = 7^8,$$

$$a \times a^h \times a^{\dots} = a^{h+4},$$

$$(-0,4)^{\dots} \times (-0,4)^5 = (-0,4)^6.$$

Exercice 20

Calculer :

$$a = (3 \times 5)^2, \quad b = 4 \times 3^2 \times 2 \times 5^2,$$

$$c = (-3 + 2) \times 9^2, \quad d = (4 + 3 \times 2)^3,$$

$$e = 2 \times (5 \times 42)^3, \quad f = [(-2)^2]^3,$$

$$g = 27 \times 0,57, \quad h = (-2)^{10} \times (0,5)^8,$$

$$i = 8 \times 5 + 3^2.$$

Exercice 21Déterminer x :

$$4 - 4^x + 3^x \times 4^{x+1} = \frac{48}{12^{1-x}}.$$

Exercice 22Déterminer l'entier naturel n sachant que :

$$9^2 \times 3^n = 27^6.$$

Exercice 23

Écrire :

$$E = 27^2 \times 4^3 \times 72^4 \times 125$$

sous la forme :

$$2^n \times 3^p \times 5^q.$$

Exercice 24 x est un nombre relatif tel que :

$$x^7 = 128 \quad \text{et} \quad x^9 = 512.$$

Calculer :

$$x^8.$$

Exercice 25Déterminer n :

$$81 \times 3^{3n+1} = 9^7,$$

$$36 \times 6^{n+1} = 1296,$$

$$3^n \times 3^{n+3} = 756.$$

Exercice 26Compléter par $<$, $=$ ou $>$:

$$35 \dots 4^3, \quad 8^3 \dots 26.$$

Exercice 27

Effectuer :

$$E = \frac{3^8 - 3}{2^3}, \quad F = \frac{(4^2 - 2^2)^2}{3^4 - 3^2}.$$

Exercice 28

Calculer en respectant les priorités :

$$M = 6 - 2^3 - 9 - 11 + 5 - (-3)^2,$$

$$A = -7^2 + 2(5 - 3)^3 + 4 - 4(2 - 4),$$

$$T = 2^3 - 3[6 - (4 - 3 \times 2)] - 5^2,$$

$$I = \frac{a^8 \times b^6 \times c^{13}}{a^5 \times b^3 \times c^6},$$

$$E = (a \times b^3)^2 \times (b^2 c)^3,$$

$$R = (a^4 \times b)^2 \times (b^3 c)^2 \times (c^2)^2 \times a^3.$$

Exercice 29

Calculer en respectant les priorités :

$$H = (-3)^4 - 3^4 + 3^2(2^4 - 3^6) + 2^3 - (2 - 3)^2,$$

$$E = (-2)^3 - 2^3 + 2^2(3^2 + 3) + 3^2 - (3^2 - 2^3)^5,$$

$$S = 2 + 3^5 - 3 \times 5^2 \times 2 - 2^4 \times 5.$$

Exercice 30

Placer les parenthèses qui manquent :

$$2 + 3^2 - 4 \times 5^2 = 127,$$

$$2 + 3^2 - 4 \times 5^2 = -89,$$

$$2 + 3^2 - 4 \times 5^2 = 175.$$

Exercice 31Déterminer l'entier naturel x tel que :

$$x^2 = 12345678987654321.$$

Indication du manuel : calculer 11^2 , 111^2 et 1111^2 .

Exercice 32

1. Calculer :

$$1^3, \quad 1^3 + 2^3, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

2. Calculer :

$$1^2, \quad (1+2)^2, \quad (1+2+3)^2, \quad (1+2+3+4+5)^2.$$

Exercice 33 a , b et c sont des nombres relatifs tels que :

$$abc = -1.$$

Montrer que :

$$a^2bc = -a,$$

$$a^2b^4c^2 = b^2,$$

$$a^3b^3c^5 = -c^2.$$

Exercice 34Soit x un nombre décimal tel que :

$$x^2 - x + 1 = 0.$$

Montrer que :

$$x^{10} = -x.$$

Exercice 35Soit x un nombre décimal tel que :

$$x^2 - 4x - 6 = 0.$$

Calculer :

$$x^2 + \frac{36}{x^2}.$$

Exercice 36Soient x et y deux nombres relatifs tels que :

$$14^{x+y} = a.$$

Calculer en fonction de a :

$$4^{x+y} \times 7^{2x+2y}.$$

Exercice 37Soient a et b deux nombres relatifs tels que :

$$a^3 = b^2 \quad \text{et} \quad c^2 = a^4.$$

Calculer :

$$\frac{1}{a^9} \left(\frac{c^3}{b^3} \right)^3.$$

Exercice 38

Déterminer l'entier naturel x tel que :

$$2^x + 2^{x+1} - 2^{x-1} = 10,$$

puis :

$$2^x + 2^x + 2^x + 2^x = 4^4.$$

Exercice 39

Soient x et y deux nombres naturels distincts tels que :

$$\begin{cases} 2^x \times 5^y = 200, \\ 5^x \times 2^y = 500. \end{cases}$$

Calculer :

$$\frac{x+y}{x-y}.$$

Exercice 40

Soient a et b deux nombres naturels et x un nombre décimal tels que :

$$x^{a-b} = 128 \quad \text{et} \quad a > b.$$

Calculer :

$$\frac{x^a - x^b}{x^a + x^b}.$$

Exercice 41

Déterminer l'entier naturel n tel que :

$$\frac{3^n + 3^n + 3^n}{6^n + 6^n + 6^n + 6^n + 6^n + 6^n} = \frac{1}{16}.$$

Exercice 42

Soient a et b deux nombres décimaux, x et y deux entiers naturels tels que :

$$a = b^{x+y} \quad \text{et} \quad b = a^{x-y} \quad (x > y).$$

Calculer :

$$x^2 - y^2.$$

Exercice 43

Déterminer l'entier naturel x tel que :

$$7 \times (3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}) = 21^x \times 13.$$

Exercice 44

Quel est le chiffre des unités de :

$$A = 1439^{2018} ?$$

Exercice 45

Déterminer les entiers n et m tels que :

$$2^{n-3} + 5^{2m+1} + 6^{n-1} = 3162.$$

Exercice 46

On considère :

$$A = 1 + 2021 + (2021)^2 + (2021)^3 + (2021)^4.$$

1. Calculer $2021 \times A$ et $2021 \times A - A$.
2. En déduire que :

$$A = \frac{(2021)^5 - 1}{2020}.$$

Exercice 47

Soient x et y deux nombres entiers tels que :

$$3^{x-2y+8} = 5^{x+y-1}.$$

Calculer :

$$x^y.$$