

15

Quadrilatères particuliers

Reconnaître le rectangle, le losange et le carré, et utiliser leurs propriétés.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Exercices

Exercice 1

Construire un losange $EFGH$ tel que :

$$EG = 6 \text{ cm} \quad \text{et} \quad FH = 4 \text{ cm}.$$

Exercice 2

Construire un carré $ABCD$ tel que $AC = 6 \text{ cm}$.

Exercice 3

 O et E sont deux points distincts.Construire un carré $EFGH$ sachant que O est son centre.

Exercice 4

1. Construire un rectangle $ABCD$ de centre O tel que :

$$AC = 7 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{BOA} = 60^\circ.$$

2. Calculer AD .

Exercice 5

1. Construire un rectangle $EFGH$ de centre O tel que :

$$EG = 8 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{EGH} = 30^\circ.$$

2. Calculer EF .

Exercice 6

1. Tracer un rectangle $ABCD$ dont les diagonales se coupent en E .2. Quelle est la nature du triangle ABE ? Expliquer.

Exercice 7

1. Tracer un losange $EFGH$ dont les diagonales se coupent en O .2. Quelle est la nature du triangle EFO ? Expliquer.

Exercice 8

1. Tracer un losange $AIRE$.
2. Quelle est la nature du triangle IRE ? Expliquer.

Exercice 9

$ABCD$ est un rectangle.

1. Construire les points E et F les symétriques respectifs de B et D par rapport à C .
2. Quelle est la nature du quadrilatère $BDEF$? Justifier.

Exercice 10

$ABCD$ est un parallélogramme. Soit E le projeté orthogonal de A sur (BC) et F un point de (AD) tel que $AF = EC$.

1. Faire une figure.
2. Montrer que $EF = AC$.

Exercice 11

M est un point de la médiatrice d'un segment $[AB]$.

1. Construire les points C et D , symétriques respectifs de A et B par rapport à M .
2. Montrer que $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 12

$ABCD$ est un parallélogramme et $CDEF$ est un carré.

1. Reproduire la figure.
2. Montrer que $AB = CF$.

Exercice 13

ABC est un triangle rectangle en A .

1. (a) Construire E , le symétrique de C par rapport à A .
(b) Construire F , le symétrique de E par rapport à B .
(c) Construire D , le symétrique de C par rapport à B .
2. Quelle est la nature du quadrilatère $EDFC$? Justifier.

Exercice 14

$ABCD$ est un parallélogramme de centre E .

La parallèle à (BD) passant par A coupe la parallèle à (AC) passant par B en P .

1. Faire une figure.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $APBE$? Justifier.

Exercice 15

$ABCD$ est un carré.

1. Construire E , F et G , respectivement les symétriques de B , C et D par rapport à A .
2. Montrer que $AEFG$ est un carré.

Exercice 16

$ABCD$ est un losange tel que :

$$AC = 5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad BD = 7 \text{ cm}.$$

Le cercle de diamètre $[AC]$ coupe $[BD]$ en M et N .

1. Faire une figure.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $AMCN$?

Note sur la source

Dans l'exercice 16, les longueurs imprimées ($AC = 5 \text{ cm}$ et $BD = 7 \text{ cm}$) ne permettent pas de construire la figure décrite : si le cercle de diamètre $[AC]$ coupe $[BD]$, alors BD ne peut pas dépasser AC . La transcription reproduit les données du manuel sans les corriger ; la figure correspondante manque dans le PDF fourni.

Exercice 17

OBC est un triangle équilatéral.

Soit G le milieu de $[BC]$.

1. (a) Construire A et D , symétriques de C et B par rapport à O .
(b) Montrer que $ABCD$ est un rectangle.
2. (a) Construire M , le symétrique de O par rapport à G .
(b) Montrer que $OCMB$ est un losange.

Exercice 18

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O tel que :

$$BD < AC.$$

Le cercle (C) de diamètre $[BD]$ coupe $[AC]$ en M et N .

1. Reproduire la figure.
2. Montrer que $BMDN$ est un rectangle.

Exercice 19

Avec TICE.

MEG est un triangle tel que :

$$\widehat{EGM} = 2\widehat{GEM}.$$

La bissectrice de l'angle $\widehat{MEG}$ coupe $[MG]$ en F .

Soit H le symétrique de F par rapport à la droite (EG) .

1. Faire une figure.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$? Justifier.
3. Utiliser l'outil GeoGebra pour conjecturer la nature du quadrilatère.

Exercice 20

$ABCD$ est un parallélogramme.

Soit E et F les projetés orthogonaux de A et B sur la droite (DC) .

1. Reproduire la figure en respectant les données.

2. (a) Montrer que $ABFE$ est un rectangle.
- (b) Calculer CF .

Exercice 21

$EFGH$ est un carré tel que $FH = 5$ cm.

Soit M le symétrique de H par rapport à G et N le symétrique de F par rapport à G .

1. Faire une figure.
2. Montrer que $FMNH$ est un carré.
3. Calculer l'aire du carré $FMNH$.

Exercice 22

A , B et E sont trois points alignés.

D , C et F sont des points alignés. On suppose que $ABCD$ et $BCFE$ sont deux carrés.

1. Construire la figure.
2. Montrer que $(BD) \perp (BF)$.
3. (a) Construire M , le symétrique de A par rapport à D .
- (b) Construire N , le symétrique de B par rapport à C .
- (c) Construire P , le symétrique de E par rapport à F .
4. Quelle est la nature de $BDNF$? Justifier.

Exercice 23

Dans la figure ci-contre :

- $ABCD$ est un carré ;
- les droites (FG) et (HI) sont perpendiculaires à la droite (BD) telles que :

$$B \in (EF) \quad \text{et} \quad D \in (IG).$$

Les droites (FG) et (EH) sont perpendiculaires à (AC) telles que :

$$C \in (FG) \quad \text{et} \quad A \in (EH).$$

1. Réfaire la figure.
2. Démontrer que $EFGH$ est un carré.

Exercice 24

$ABCD$ est un losange de centre O . Soit M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1. (a) Construire E , le symétrique de O par rapport à M .
- (b) Construire F , le symétrique de O par rapport à N .
2. Montrer que $AEBF$ est un rectangle.
3. Démontrer que OEF est un triangle isocèle.

Exercice 25

$ABCD$ est un rectangle de centre O . Soit M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1. (a) Construire E , le symétrique de O par rapport à M .
- (b) Construire F , le symétrique de O par rapport à N .

2. Montrer que $AEBF$ est un losange.
3. Démontrer que B est le milieu de $[EF]$.
4. Démontrer que OEF est un triangle rectangle.

Exercice 26

$EFGH$ est un rectangle de centre O .

(D) est la droite parallèle à (FH) passant par E .

(Δ) est la droite parallèle à (EG) passant par H .

(D') est la droite parallèle à (FH) passant par G .

(Δ') est la droite parallèle à (EG) passant par F .

(D) coupe (Δ) en M et (Δ') en N .

Exercice 27

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

(D) est une droite passant par O et coupant (AB) et (CD) respectivement en E et G . La droite (A) perpendiculaire à (D) en O , coupe (BC) et (AD) respectivement en F et H .

1. Construire la figure.
2. Montrer que $EFGH$ est un losange.

Exercice 28

(C) est un cercle de centre O .

$[EF]$ et $[GH]$ sont deux diamètres perpendiculaires de (C) .

La perpendiculaire à la droite (EF) passant par E coupe la perpendiculaire à la droite (GH) passant par H en A .

1. La droite (FG) coupe respectivement (EA) et (HA) en B et D .
2. La perpendiculaire à la droite (AF) en B et la perpendiculaire à la droite (AH) en D se coupent en C .

Montrer que $ABCD$ est un carré.

Exercice 29

Construire un parallélogramme $ABCD$ tel que :

$$\widehat{ADC} = 78^\circ.$$

Les bissectrices des angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{DAB}$ se coupent en P .

1. En utilisant le fait que deux angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires, calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAP}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DPA}$. Justifier le résultat.
3. La bissectrice de l'angle $\widehat{DCB}$ coupe (DP) en Q . La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe (CQ) en R et (AP) en S .
4. Compléter la figure.
5. Quelle est la nature précise de $PQRS$?