

05

Triangle et médiatrices

Utiliser l'inégalité triangulaire et les propriétés des médiatrices, puis construire le cercle circonscrit à un triangle.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Exercices

Exercice 1

Observer la figure du manuel.

Recopier et compléter par les symboles $<$, $>$ ou $=$:

$$\begin{aligned}EF + FG &\dots EG, & FG &\dots FO + OG, \\FO + OH &\dots FH, & EH &\dots OE + OH.\end{aligned}$$

Exercice 2

A , B et C sont trois points.

Compléter en utilisant les symboles $\in$ ou $\notin$:

1. Si $AC < BC + AB$, alors $B \dots [AC]$.
2. Si $AB = AC + CB$, alors $C \dots [AB]$.
3. Si $AC + CB > AB$, alors $C \dots [AB]$.
4. Si $AB + AC = BC$, alors $A \dots [BC]$.

Exercice 3

Construire un triangle EFG sachant que :

$$EF = 4 \text{ cm}, \quad EG = 7 \text{ cm}, \quad FG = 5 \text{ cm}.$$

Exercice 4

Construire un triangle EFG sachant que :

$$EF = 4 \text{ cm}, \quad EG = 7 \text{ cm}, \quad FG = 5 \text{ cm}.$$

Exercice 5

Les longueurs des côtés d'un triangle ABC sont des nombres entiers tels que :

$$AB = 7 \text{ cm} \quad \text{et} \quad BC = 4 \text{ cm}.$$

Déterminer les valeurs possibles pour AC .

Exercice 6

1. On considère un triangle ABC tel que

$$AB = 1,5 \text{ cm}, \quad BC = 2,5 \text{ cm}, \quad AC = 2 \text{ cm}.$$

- (a) Construire le triangle ABC .
 (b) Calculer le périmètre de ABC .

2. Construire le triangle EFG tel que

$$EF = 3AB, \quad FG = 3BC, \quad EG = 3AC.$$

Calculer de deux manières différentes le périmètre de EFG .

Exercice 7

Dans chaque cas, indiquer s'il est possible de construire un triangle ABC :

	AB	AC	BC
1	8 cm	12 cm	6 cm
2	1,1 cm	1,5 cm	3 cm
3	8,3 cm	1 cm	2,7 cm

Exercice 8

M , N et P sont trois points tels que :

$$MN = \frac{12}{16}, \quad MP = \frac{23}{12}, \quad NP = \frac{42}{36}.$$

Montrer que M , N et P sont trois points alignés.

Exercice 9

Observer la figure du manuel où

$$(AB) \parallel (CK).$$

De quels segments la droite (Δ) est-elle la médiatrice ?

Exercice 10

Dans la figure du manuel :

- $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O ;
- $[EF]$ est une corde du cercle $(\mathcal{C})$;
- (D) est la médiatrice de $[EF]$.

Exploiter la figure.

Exercice 11

On considère la figure du manuel.

Montrer que R , C et A sont des points alignés.

Exercice 12

Retrouver le centre du cercle donné.

Exercice 13

ABC est un triangle et $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit de centre O .
Soit M le milieu de $[BC]$.

1. Faire une figure.
2. Montrer que

$$(OM) \perp (BC).$$

Exercice 14

Recopier la figure du manuel.
Construire les cercles circonscrits aux triangles

$$AMI, \quad AIE, \quad AME.$$

Exercice 15

Recopier la figure du manuel puis construire un cercle de centre I , avec $I \in (\Delta)$, passant par les points E et F .

Exercice 16

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
Soit $[BP]$ un diamètre de $(\mathcal{C})$.
La médiatrice de $[OB]$ coupe $[OB]$ en N et $(\mathcal{C})$ en E et F .
La droite (Δ) , médiatrice de $[ON]$, coupe $[ON]$ en I .

1. Faire une figure.
2. Montrer que

$$(\Delta) \parallel (EF).$$

3. Calculer BI .
4. Montrer que

$$PE = PF.$$

Exercice 17

$ABCD$ est un quadrilatère.
La médiatrice de $[AB]$ coupe la médiatrice de $[BC]$ en E .
La médiatrice de $[CD]$ coupe la médiatrice de $[DA]$ en F .

1. Faire une figure.
2. Montrer que (EF) est la médiatrice de $[AC]$.

Exercice 18

1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur 6 cm.
2. Tracer les triangles dont $[AB]$ est un côté et dont les autres côtés mesurent 5 cm et 3 cm.
3. (a) Construire les cercles circonscrits à ces triangles.
(b) Que peut-on conjecturer ?

Exercice 19

Trois villages A , B et C sont tels que :

$$AB = 8 \text{ km}, \quad BC = 7 \text{ km}, \quad AC = 10 \text{ km}.$$

1. Dessiner un plan à l'échelle

$$1 : 100\,000$$

(1 cm sur le plan pour 1 km dans la réalité).

2. Les maires ont décidé de faire un forage pour alimenter les communes en eau. Le forage doit être équidistant des trois villages.
Construire la position F du forage sur le plan.

Exercice 20

ABC , BFC et BCE sont trois triangles.

Soient O , I et J les centres respectifs des cercles circonscrits aux triangles ABC , BFC et BCE .

1. Construire les points O , I et J .
2. Vérifier que les points O , I et J sont alignés.

Exercice 21

1. Réaliser la figure du manuel.
2. (a) Construire un point A appartenant à la droite (D) de façon que le point I soit le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
(b) Combien y a-t-il de solutions ?

Exercice 22

Recopier la figure du manuel.

Placer le point C pour que le cercle $(\mathcal{C})$ soit circonscrit au triangle ABC , sachant que (Δ) est la médiatrice de $[BC]$.

Exercice 23

Recopier la figure incomplète du manuel où ABC est un triangle, M est le milieu de $[AB]$ et N celui de $[AC]$.

Construire O , centre du cercle circonscrit au triangle ABC , sans construire les points B et C .

Exercice 24

Recopier la figure du manuel.

Construire le triangle EFG , sachant que (D) et (Δ) sont des médiatrices du triangle EFG .

Exercice 25

Recopier la figure du manuel.

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O .

M et N sont deux points distincts de $(\mathcal{C})$.

La médiatrice (D) de $[MN]$ coupe $(\mathcal{C})$ en A et B .

1. Montrer que AMN est un triangle isocèle.
2. Montrer que O est un point de la droite (D) .

3. La médiatrice de $[AB]$ coupe (C) en I et J . Montrer que

$$(MN) \parallel (IJ).$$

Exercice 26

1. Recopier la figure du manuel.
2. Construire une corde $[EF]$ du cercle (C) telle que M soit le milieu de $[EF]$.

Exercice 27

ABC est un triangle tel que :

$$BC = 7 \text{ cm}, \quad AC = 4 \text{ cm}, \quad AB = 6 \text{ cm}.$$

La médiatrice (Δ) de $[BC]$ coupe la droite (AB) en M .

Soit N le projeté orthogonal de A sur (BC) .

1. Faire une figure.
2. Montrer que MBC est un triangle isocèle.
3. Calculer $AM + MC$.
4. Montrer que

$$(\Delta) \parallel (AN).$$

Exercice 28

ABC est un triangle.

1. Construire la perpendiculaire (D) à la droite (AB) en B .
2. Construire la perpendiculaire (Δ) à la droite (AC) en C .
3. Soit M le point d'intersection des droites (D) et (Δ) .
 - (a) Construire le cercle (C) de diamètre $[AM]$.
 - (b) En déduire le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .

Exercice 29

1. Tracer un cercle (C) de centre O et de rayon 4 cm.
 - Placer deux points A et B sur (C) tels que

$$AB = 6 \text{ cm}.$$
 - Tracer la corde $[AB]$.
 - Placer I , milieu de $[AB]$.
2. Que représente la droite (OI) pour le segment $[AB]$? Justifier la réponse.

Exercice 30

Voici ce qui reste d'un triangle ABC .

M est le milieu de $[AC]$.

Construire le point N , milieu de $[BC]$, en justifiant la méthode de construction.

Exercice 31

Soient A et B deux points tels que

$$AB = 4 \text{ cm.}$$

On trace deux cercles de 5 cm de rayon, l'un de centre A , l'autre de centre B . Ils se coupent en deux points M et N .

Montrer que la droite (MN) est la médiatrice de $[AB]$, et que la droite (AB) est la médiatrice de $[MN]$.

Exercice 32

Soient A et B deux points.

Où sont situés tous les points qui sont plus près de B que de A ?

Exercice 33

Le plus grand côté d'un triangle mesure 9 cm.

Les autres côtés sont mesurés par des nombres entiers de centimètres.

Quelles peuvent être les longueurs de ces côtés ?

Combien y a-t-il de triangles possibles ?

Exercice 34

Vous avez trouvé un morceau du bord d'une assiette cassée, plus petit que la moitié de l'assiette. Comment, avec ce fragment, pouvez-vous retrouver le diamètre de cette assiette ?

Exercice 35

On considère la figure du manuel.

Construire, en justifiant, deux points B et C vérifiant :

- I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ;
- (Δ) est la médiatrice de $[AB]$;
- $AB = AC$.

Exercice 36

On considère la figure du manuel telle que deux droites de même couleur sont parallèles et I est le milieu de $[BC]$.

Démontrer que :

$$IE = IF.$$

Exercice 37

Soient a , b et c les côtés d'un triangle.

Montrer que :

$$a(b + c - a) < 2bc.$$

Exercice 38

Le périmètre d'un triangle est 14 centimètres.

Quels peuvent être les côtés, s'ils sont mesurés par des nombres entiers de centimètres ?