

12

Cosinus d'un angle aigu

Reconnaître le côté adjacent à un angle aigu d'un triangle rectangle et calculer le cosinus de cet angle par le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

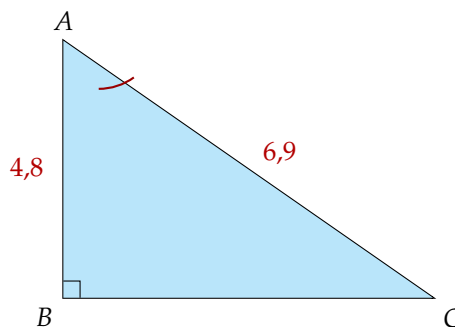
01

Pratique — J'applique

Calculer la mesure d'un angle

Exemple 1

ABC est un rectangle en B tel que :
 $AB = 4,8$ cm et $AC = 6,9$ cm
 Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.



Correction

On connaît les longueurs des côtés de l'angle $\widehat{BAC}$.
 Donc, on peut calculer $\cos \widehat{BAC}$.

On sait que ABC est un triangle rectangle en B . Donc : $\cos \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{hypoténuse}}$

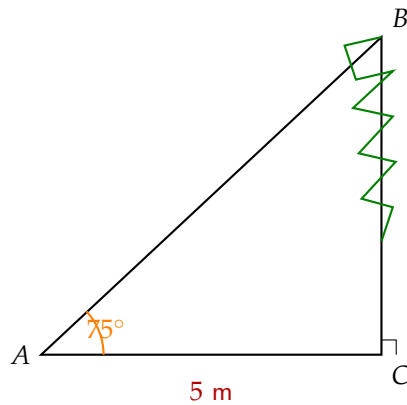
$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{4,8}{6,9} = \frac{16}{23}$$

Donc : $\widehat{BAC} = \cos^{-1} \left(\frac{16}{23} \right)$ (valeur exacte), (à l'aide de la calculatrice $\boxed{\text{SHIFT}} + \boxed{\text{Cos}} \rightarrow \cos^{-1}$)
 $\widehat{BAC} \simeq 46^\circ$ (arrondi au degré).

Exemple 2

En utilisant les données de la figure ci-contre.
 Calculer la hauteur BC de cet arbre.



Correction

Dans le triangle ABC rectangle en C , on connaît la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ et la longueur du côté $[AC]$.

$$\text{On a : } \cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos 75^\circ = \frac{5}{AB}$$

$$AB = \frac{5}{\cos 75^\circ} \quad (\text{valeur exacte})$$

$$AB \simeq 19,3 \text{ m} \quad (\text{valeur approchée})$$

Avec la touche cos de la calculatrice, on obtient : $\cos 75^\circ \approx 0,258$

Dans le triangle rectangle ABC , on connaît les longueurs de deux côtés, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.

Ainsi :

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$BC^2 = (19,3)^2 - 5^2$$

$$BC^2 = 347,49$$

$BC \simeq 18,6 \text{ m}$. Donc, la hauteur de l'arbre est d'environ 18,6 m

Calculer une longueur

Exemple 3

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $AC = 26 \text{ cm}$ et $\cos \widehat{ACB} = \frac{5}{13}$

Calculer BC .

Correction

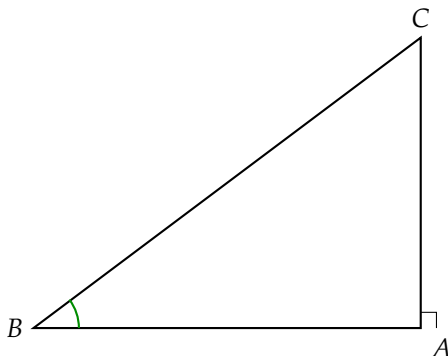
ABC est un triangle rectangle en B , donc $\cos \widehat{ACB} = \frac{BC}{AC}$

Or : $\cos \widehat{ACB} = \frac{5}{13}$ et $AC = 26 \text{ cm}$ (d'après les données), alors $\frac{BC}{26} = \frac{5}{13}$.

D'où : $BC = 10 \text{ cm}$.

Exemple 4

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 8$ cm et $BC = 10$ cm.
Calculer les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ au degré près.



Correction

On sait que ABC est un triangle rectangle en A .

$$\text{Donc : } \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{Or : } AB = 8 \text{ cm et } BC = 10 \text{ cm, alors : } \cos \widehat{ABC} = \frac{8}{10}$$

$$\text{Donc : } \cos \widehat{ABC} = 0,8$$

Avec la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice, on obtient : $\widehat{ABC} = \cos^{-1} 0,8$ ($\boxed{\text{SHIFT}}$ + $\boxed{\cos}$)

$$\text{D'où : } \widehat{ABC} \approx 37^\circ \quad (\widehat{ABC} \approx 36^\circ 52' 11'')$$

D'autre part, on sait que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires.

$$\text{Donc : } \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90^\circ \text{ c'est-à-dire } \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC}$$

$$\text{ou encore : } \widehat{ACB} = 90^\circ - 37^\circ$$

$$\text{D'où : } \widehat{ACB} \approx 53^\circ \quad (\widehat{ACB} \approx 53^\circ 07' 49'')$$

02

Investissement — Je m'entraîne

Réviser son cours

Exercice 1

1) Compléter les phrases suivantes :

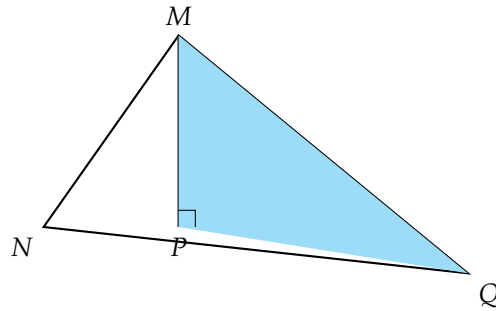
Si le triangle ABC est rectangle en C , alors son hypoténuse est le côté

Pour l'angle $\widehat{ABC}$, le côté $[BC]$ s'appelle le côté

$$\text{Donc, } \cos \widehat{ABC} = \frac{\dots}{\dots}.$$

Exercice 2

En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, compléter les phrases suivantes :



- Dans le triangle rectangle MNP , on a : $\cos \widehat{MNP} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
- Dans le triangle rectangle MNP , on a : $\cos \widehat{MNP} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
- Dans le triangle MPQ , on a : $\frac{MP}{MQ} = \cos \dots\dots$
- Dans le triangle rectangle $\dots\dots$, on a : $\cos \dots\dots = \frac{PQ}{MQ}$.

Calculer la mesure d'un angle

Exercice 3

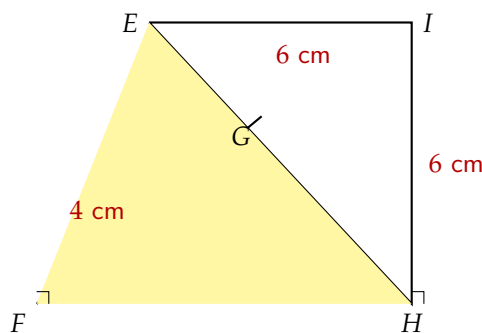
Utiliser la calculatrice (les touches $\boxed{\cos}$ et $\boxed{\cos^{-1}}$) et donner la valeur arrondie au dixième.

Si $\alpha = 38^\circ$, alors $\cos \alpha \approx \dots\dots$

Si $\cos \alpha = 0,6$ alors $\alpha \approx \dots\dots^\circ$.

Exercice 4

En utilisant les informations données sur la figure suivante, calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.



Exercice 5

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $AB = 8$ et $AC = 10$.

Calculer $\cos \widehat{ACB}$ et $\cos \widehat{BAC}$.

Calculer une longueur

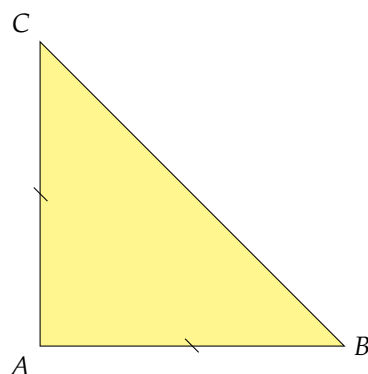
Exercice 6

ABC est un triangle rectangle isocèle en A .

On désigne par a la longueur des côtés de l'angle droit.

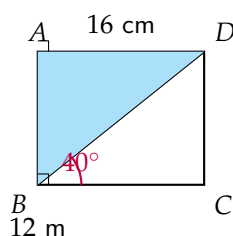
1) Montrer que : $BC = a\sqrt{2}$.

2) En déduire la valeur exacte de $\cos 45^\circ$.



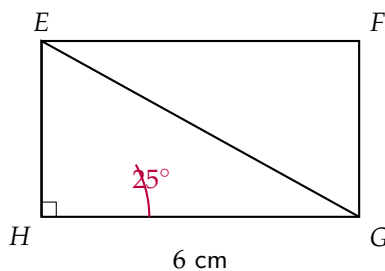
Exercice 7

En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, calculer une valeur arrondie à 0,1 cm de BC .



Exercice 8

Sans utiliser le théorème de Pythagore, déterminer le périmètre du rectangle $EFGH$ arrondi au millimètre près.



Exercice 9

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $\cos \widehat{BAC} = 0,8$ et $AC = 5$ cm.
Calculer AB et BC .

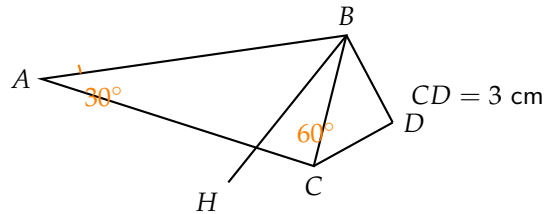
Exercice 10

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 2,5$ et $BC = 7$.
Soit E le point de demi-droite $[BA)$ tel que : $AE = 7$ et F le projeté orthogonal de E sur la droite (BC) .
Déterminer la longueur BF .

Exercice 11

En utilisant les informations données sur la figure suivante :

- 1) Calculer BC .
- 2) Calculer BH la distance de B à la droite (AC) .

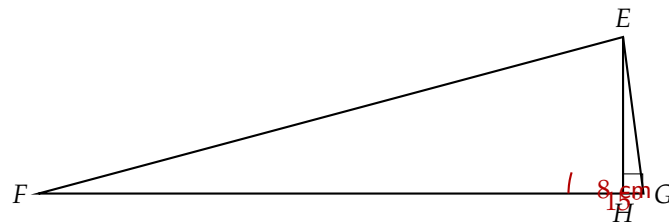


Avec TICE

Exercice 12

On considère la figure suivante où : $\widehat{FEG} = 90^\circ$.

- 1) En utilisant les données de la figure, calculer les longueurs suivantes à 0,01 cm près : GH , EH , EF et FH .
- 2) Utiliser une calculatrice scientifique pour donner des valeurs approchées aux distances demandées.
En utilisant la touche : Cos



Exercice 13

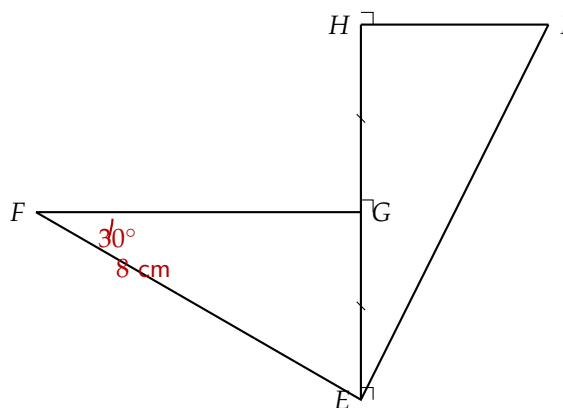
ABC est un triangle rectangle en A et I le milieu de $[BC]$ tel que : $AB = 3$ et $BC = 6$.

- 1) a. Calculer $\cos \widehat{ABC}$.
- b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
- 2) La bissectrice de l'angle $\widehat{CIA}$ coupe $[AC]$ en N .
 - a- Quelle est la nature du triangle AIN ?
 - b- Calculer IN et AN .
- 3) La perpendiculaire en C à la droite (BC) coupe la droite (AB) en M . Calculer MB .

Exercice 14

En utilisant les données de la figure ci-contre, répondre aux questions :

- 1) Calculer la longueur EH .
- 2) Calculer la longueur HI .



Exercice 15

ABC est un triangle rectangle en A et O le milieu de $[AC]$ tel que : $AB = 5$ cm et $BC = 13$ cm.

1) a. Montrer que : $AC = 12$ cm

b. Calculer $\cos \widehat{ACB}$.

2) Le cercle de diamètre $[OC]$ recoupe (BC) en K . Calculer CK .

3) La perpendiculaire à (BC) passant par B coupe (AC) en D .

a. Calculer CD et $\cos \widehat{BOA}$

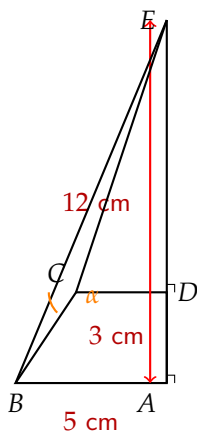
b. Calculer DB .

Exercice 16

$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et D .

On donne : $AE = 12$ cm ; $AB = 5$ cm et $BC = 3$ cm.

Calculer le périmètre du triangle CDE .



03

Mon bilan

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

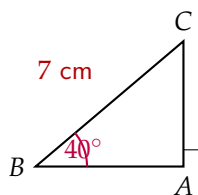
Exercice B1

EFG est un triangle rectangle en E , donc $\cos \widehat{F}$ est égal à :

$$A : \frac{EG}{EF}, \quad B : \frac{FE}{FG}, \quad C : \frac{EG}{FG}.$$

Exercice B2

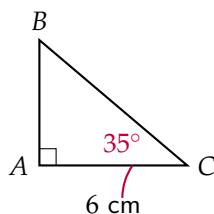
Avec les données de cette figure, la longueur AB en cm est égale à :



$$A : \frac{\cos 40^\circ}{7}, \quad B : 7 \cos 40^\circ, \quad C : \frac{7}{\cos 40^\circ}.$$

Exercice B3

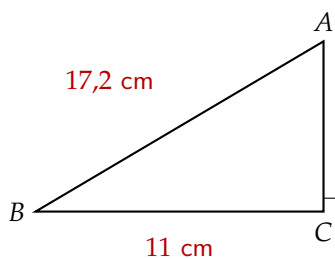
Avec les données de cette figure, la longueur BC en cm est égale à :



$$A : \frac{\cos 35^\circ}{6}, \quad B : 6 \cos 35^\circ, \quad C : \frac{6}{\cos 35^\circ}.$$

Exercice B4

Avec les données de cette figure, l'arrondi au dixième de degré de la mesure de $\widehat{B}$ est :



$$A : 49^\circ, \quad B : 49,1^\circ, \quad C : 49,2^\circ.$$

Exercice B5

La calculatrice indique l'arrondi au millième de $\cos 24^\circ$ qui est ...

$$A : 0,913, \quad B : 0,914, \quad C : 0,910$$

Exercice B6

$\cos \hat{A} = 0,587$; la calculatrice indique l'arrondi au degré de $\hat{A}$ qui est ...

A : 55° , B : 54° , C : 50°

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition 2	
Ex : 2	Définition 2	
Ex : 3	Définition 2	
Ex : 4		Exemple 4
Ex : 5		Exemple 2
Ex : 6		Exemple 4

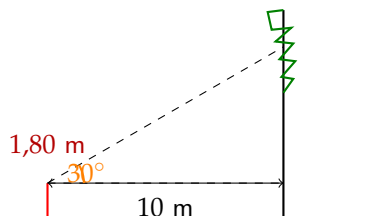
3) Exercices pour la remédiation voir R12 page : 199

04 Approfondissement — Je recherche

Calculer une longueur

Exercice 17

Une personne mesurant 1,80 m se trouve à 10 m du pied d'un arbre.
Alors qu'il regarde la cime, son regard fait un angle de 30° avec l'horizontale.
Quelle est la hauteur de l'arbre (arrondie au dm) ?



Exercice 18

EFG est un triangle rectangle en E .

1) Montrer que $(\cos \widehat{EFG})^2 + (\cos \widehat{EGF})^2 = 1$

2) On donne : $\cos \widehat{EFG} = 0,6$ et $EG = 8$ cm.

a. Calculer $\cos \widehat{EGF}$

b. En déduire les longueurs FG et EF .

Construction

Exercice 19

1) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle ABC rectangle en A tel que :

$AC = 5,4$ cm et $\cos \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$.

2) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle EFG isocèle en E sachant que :

$FG = 4,5$ cm et $\cos \widehat{EFG} = 0,4$.

Exercice 20

Sans utiliser de rapporteur, construire un angle aigu $\widehat{ABC}$ dans chacun des cas suivants :

1) $\cos \widehat{ABC} = 0,6$.

2) $\cos \widehat{ABC} = \frac{2}{3}$.

3) $\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{2}$.

Exercice 21

1) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle ABC rectangle en A tel que :

$AC = 4$ cm et $\cos \widehat{ACB} = \frac{2}{5}$

(Indication: calculer d'abord la longueur BC).

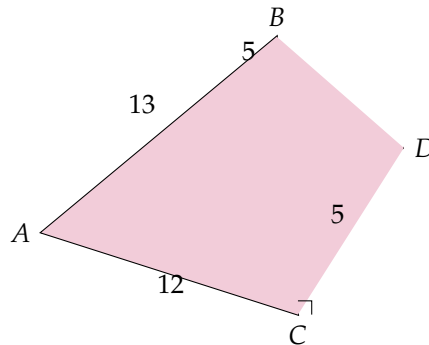
2) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle EFG isocèle en E sachant que :

$FG = 4,5$ cm et $\cos \widehat{EFG} = \frac{1}{4}$

Pour montrer

Exercice 22

En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, montrer que $[AD]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.



Exercice 23

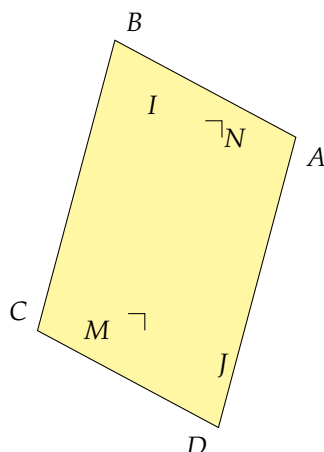
$ABCD$ est un rectangle.

Soit I et J deux points de $[BD]$ tels que : $BJ = DI$.

M est le projeté orthogonal de I sur $[DC]$.

N est le projeté orthogonal de J sur $[AB]$.

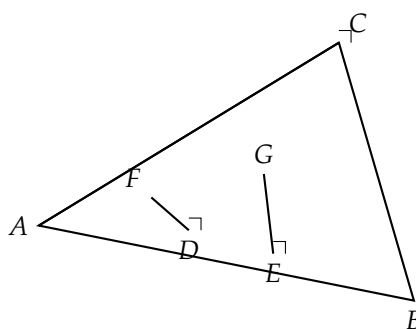
Montrer que : $MD = BN$.



Exercice 24

On considère la figure suivante :
Montrer que :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AG} = \frac{AC}{AB}$$



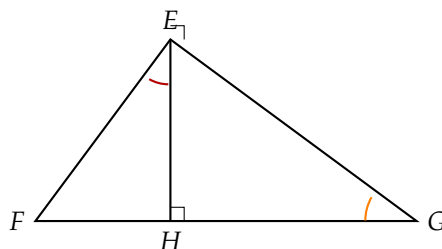
Exercice 25

EFG est un triangle rectangle en E et $[EH]$ est la hauteur relative à $[FG]$.

1)a. Calculer $\cos \widehat{EFG}$ de deux manières différentes.

b. En déduire que : $EF^2 = FH \times FG$.

2) Montrer que : $EG^2 = GH \times FG$.



Exercice 26

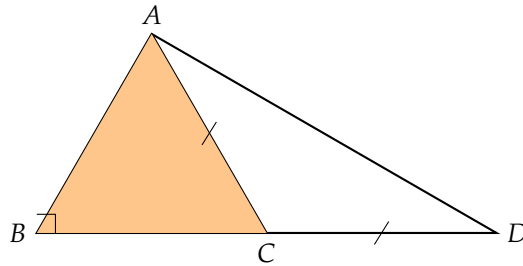
ABC est un triangle équilatéral tel que : $AB = a$.

Soit D le symétrique de A par rapport à C .

1)a. Montrer que ABD est un triangle rectangle en B .

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.

- 2) Exprimer la longueur de AD en fonction de a .
- 3) Montrer que : $BD = a\sqrt{3}$.
- 4) En déduire les valeurs exactes de $\cos 60^\circ$ et $\cos 30^\circ$.



05

Approfondissement — Problèmes ouverts

Exercice 27

EFG est un triangle rectangle en E et $[EH]$ est la hauteur relative à $[FG]$.

- 1) Montrer que $\cos \widehat{FEH} = \cos \widehat{EGF}$.
- 2) En déduire que : $EF \times EG = EH \times FG$.

Exercice 28

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$\cos \widehat{ABC} + \cos \widehat{ACB} = \frac{7}{5} \quad \text{et} \quad BC = 10 \text{ cm.}$$

Calculer le périmètre du triangle ABC .

Exercice 29

EFG est un triangle (dont les angles sont aigus) tel que :

$$\frac{\cos \widehat{FEG}}{FG} = \frac{\cos \widehat{GFE}}{GE} = \frac{\cos \widehat{EGF}}{EF}$$

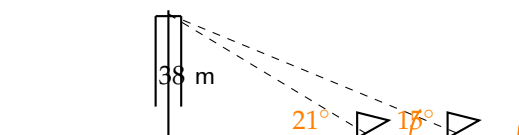
Démontrer que EFG est un triangle équilatéral.

06

Challenges

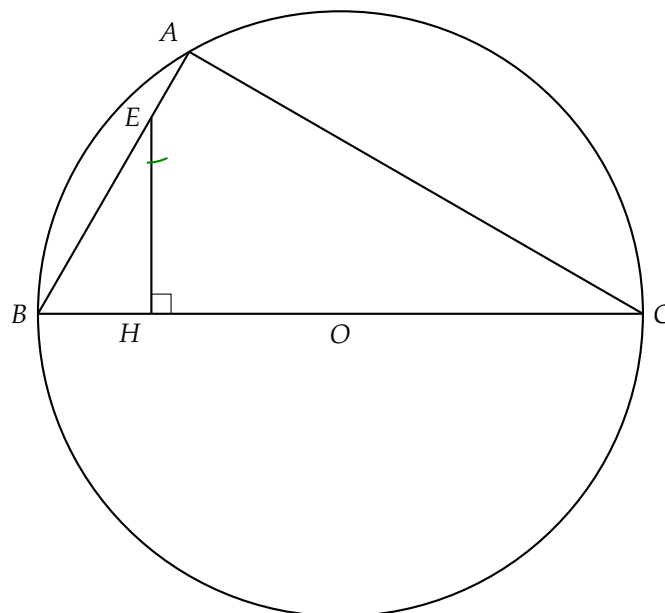
Exercice 30

En utilisant les informations données sur la figure suivante :
calculer la distance séparant les deux bateaux.



Exercice 31

$[BC]$ est un diamètre d'un cercle $(\mathcal{C})$ de rayon r .
 A est un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que : $\widehat{ABC} = 60^\circ$.
 Soit E un point de $[AB]$ tel que : $AE = \frac{r}{4}$ et
 Soit H le projeté orthogonal de E sur $[BC]$.
 Calculer EH .



Exercice 32

ABC est un triangle rectangle en B .
 La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe $[BC]$ en D .
 Soit H le projeté orthogonal de C sur (AD) .
 Montrer que : $AD = \frac{AB \times AC}{AH}$

07

Situations proposées au TIMSS

Les dimensions du rectangle $ABCD$ sont indiquées sur la figure.

EF vaut 4 cm.

Quelle est la longueur DF ?

