

2 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités numériques

13

Équations

Résoudre une équation du premier degré à une inconnue, une équation produit et un problème mis en équation.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

Résolution d'une équation du 1^{er} degréExemple 1 — Résoudre l'équation : $\frac{x}{3} - \frac{4x-1}{6} = \frac{x+1}{2} - 1$

Pour résoudre cette équation, on commence par mettre tous les termes au même dénominateur, que l'on supprime ensuite.

On a :

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} - \frac{4x-1}{6} &= \frac{x+1}{2} - 1 \\ \frac{2x}{6} - \frac{4x-1}{6} &= \frac{3(x+1)}{6} - \frac{6 \times 1}{6} \\ 2x - 4x + 1 &= 3x + 3 - 6 \\ -2x + 1 &= 3x - 3 \\ -2x - 3x &= -3 - 1 \\ -5x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}\end{aligned}$$

Donc : $\frac{4}{5}$ est la solution de cette équation.

Résolution d'une équation produit

Exemple 2 — Résoudre l'équation : $x^2 - 49 = (x-7)(2x+3)$

On a :

$$x^2 - 49 = (x-7)(2x+3)$$

On constate que $x^2 - 49$ est une identité remarquable.

Donc :

$$(x-7)(x+7) = (x-7)(2x+3)$$

équivalent à :

$$(x-7)(x+7) - (x-7)(2x+3) = 0$$

On met $(x-7)$ en facteur :

$$(x-7)[(x+7) - (2x+3)] = 0$$

Attention au signe moins devant les parenthèses.

$$(x - 7)(x + 7 - 2x - 3) = 0$$

$$(x - 7)(-x + 4) = 0$$

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul

Donc :

$$x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 4 = 0$$

$$x = 7 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

D'où : 7 et 4 sont les solutions de cette équation.

Résolution d'un problème à l'aide d'une équation

Exemple 3 — Quel est le prix d'un livre de poche ?

Ali a acheté 4 livres de poche et a reçu 12 DH de monnaie. Avec la même somme d'argent, son frère a acheté 2 livres de poche et a reçu 35 DH de monnaie.

Quel est le prix d'un livre de poche ?

1 Choisir l'inconnue

Soit x le prix d'un livre en DH.

2 Mettre le problème en équation

La somme d'argent que possède Ali est :

$$4x + 12$$

La somme d'argent que possède son frère est :

$$2x + 35$$

Et comme ils possèdent la même somme d'argent, alors, on obtient l'équation :

$$4x + 12 = 2x + 35$$

3 Résoudre l'équation :

$$4x + 12 = 2x + 35$$

$$4x - 2x = 35 - 12$$

$$2x = 23$$

$$x = \frac{23}{2}$$

Donc : $x = 11,5$.

4 Vérifier et interpréter :

$$4 \times 11,5 + 12 = 46 + 12 = 58$$

$$2 \times 11,5 + 35 = 23 + 35 = 58$$

Donc, le prix d'un livre de poche est 11,50 DH.

02

Réviser ton cours

Exercice 1

Compléter les phrases suivantes :

- 1) Si $2 + x = 3$, alors $x = \dots$
- 2) Si $2 + x = -3$, alors $x = \dots$
- 3) Si $-x + 2 = 0$, alors $x = \dots$
- 4) Si $\frac{2}{3}x = 0$, alors $x = \dots$
- 5) Si $2x + 3 = 2$, alors $2x + 1 = \dots$
- 6) Si $-3(x - 5) = 9$, alors $\dots = -3$
- 7) Si $\frac{5}{3}x - \frac{5}{6} = 2$, alors $10x - 5 = \dots$

03

Équation du premier degré

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $7x + 11 = 0$
- 2) $-9x + 3 = 3x + 9$
- 3) $x = 7x - 2$
- 4) $-3x + 4 = 0$
- 5) $5x - 2 = 8x - 4$
- 6) $-8 = x + 2$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $-\frac{1}{3}x + 2 = x - 1$
- 2) $\frac{4}{7}x + 1 = 2x + 3$
- 3) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{4} = \frac{7}{2}$
- 4) $\frac{x-2}{3} - 2 = \frac{6x-1}{6} + \frac{2}{3}$

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $4 - (x - 2) = 5x - (2x - 7)$
- 2) $3 + x - (7 - 3x) - 8 = 4x + 2$
- 3) $4x - 3 - (x - 2x) + 6 = 9x - 8$
- 4) $5(-x + 1) + 2(4 + x) = 0$
- 5) $2(3x - 1) - 4(x - 3) = x - 6$
- 6) $-4(x + 2) + 7(x - 1) = 3(x + 2)$
- 7) $7(x + 1) - 1 = 4 - 4(x - 1)$
- 8) $(x + 3)(x - 1) = (x - 3)(x + 1)$

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $\frac{x-1}{8} - \frac{x+3}{6} = \frac{x+1}{4} - \frac{x-3}{2}$
- 2) $\frac{x-4}{4} = \frac{2x+3}{3}$
- 3) $\frac{4x-3}{4} - \frac{x+3}{2} = \frac{5x-8}{5} + 1$

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

1) $10^3x - 10^2 = 0$

2) $2^5 + x = 2^6$

3) $100^5x + 10^6 = 0$

4) $2^3x + 2^4 = 0$

5) $5^2 - 5^3x = 0$

6) $10^3x - 10^7 = 10^2x$

Exercice 7

Traduire chaque phrase en une équation puis la résoudre.

1) Le triple de a vaut 24.

2) 9 retranché de a vaut -6 .

3) Le double de a ajouté à 8 vaut -1 .

04 Équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ **Exercice 8**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x(x + 1) = 0$

2) $\left(\frac{5}{2}x - 1\right)\left(3x - \frac{1}{3}\right) = 0$

3) $(3 - x)\left(\frac{7}{4}x + 2\right)\left(2x - \frac{4}{3}\right) = 0$

4) $(5x - 2)(x^2 - 4) = 0$

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes :

1) $5(x^2 + 1)(3x - 2) = 0$

2) $(t - 2)(4t - 1)(5t - 3) = 0$

3) $(x + 3)(2 - 5x)^3 = 0$

Exercice 10

Écrire une équation ayant comme solutions

a. -2 et 3 b. 0 et -1 c. 1 , 2 et 3

Exercice 11

Remplacer a et b par les nombres qui conviennent.

a. $(2x + a)(3x - b) = 0$ a pour solution $-\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{2}$

b. $(5x - a)(6x + 1) = 0$ a pour solution $\frac{4}{3}$ et $\frac{1}{5}$

05

Mon bilan

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

Exercice B1

Une équation est par exemple ...

$$A : 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \quad B : 2(x - 1) - 3(x + 1), \quad C : 2(y - 1) = 5y.$$

Exercice B2

Parmi ces équations, celle qui est du premier degré à une inconnue est ...

$$A : 2t - 1 = 3t + 5, \quad B : 2x + 3y = 5, \quad C : x^2 - 5x + 1 = 0.$$

Exercice B3

Une solution de l'équation : $x(x - 1) = 2x + 4$ est le nombre ...

$$A : 1, \quad B : -1, \quad C : -2.$$

Exercice B4

L'équation : $x(x - 2) = x^2 + 2x$...

A : n'a pas de solution, B : a une seule solution, C : admet n'importe quel nombre pour solution.

Exercice B5

L'équation : $2(2x + 1) = 4x$...

A : n'a pas de solution, B : a une seule solution, C : admet n'importe quel nombre pour solution.

Exercice B6

Les solutions de l'équation : $(2x - 1)(4x + 5) = 0$ sont : ...

$$A : \frac{1}{2} \text{ et } \frac{5}{4}, \quad B : \frac{1}{2} \text{ et } -\frac{5}{4}, \quad C : -\frac{1}{2} \text{ et } -\frac{5}{4}.$$

Exercice B7

Une grand-mère a 53 ans et son petit-fils a 6 ans. Dans combien d'années l'âge de cette grand-mère sera-t-il le quadruple de l'âge de son petit-fils ?

A : x : âge du petit-fils dans le futur, $x - 47 = 4x$, B : x : nombre d'années qui passent, $53 + x = 4(6 + x)$, C : x : âge de la grand-mère dans le futur, $x = 4(x + 47)$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition	
Ex : 2	Définition	
Ex : 3	Exemple 1	
Ex : 4	Exemple 1	
Ex : 5	Exemple 1	
Ex : 6	Règle	
Ex : 7	Exemple 3	

3) Exercices pour la remédiation voir R13 page : 199

06

Approfondissement — Je recherche

Équations — produit nul

Exercice 12

Résoudre les équations suivantes :

1) $x^2 - x = 0$

2) $1 - x^2 = 5x - 5$

3) $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$

4) $x^3 - 4x = 0$

Exercice 13

Résoudre les équations suivantes :

1) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

2) $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

3) $(x - 3)^2 - 2(x - 3)(2x + 1) + 4x^2 + 4x + 1 = 0$

Exercice 14

On considère les expressions :

$$A = (2x - 1)(3x + 4) + (5x - 3)(2x - 1)$$

$$B = 9x^2 - 4 + x(3x - 2) ; \quad C = 16x^2 - 6x - 1$$

$$D = 12x^2 - 2x - 4$$

1) Montrer que : $A - C = 0$ et $B - D = 0$

2) Résoudre chacune des équations suivantes :

a- $A = -1$; b- $C = 0$; c- $D = -4$; d- $B = 0$

Exercice 15

Résoudre les équations suivantes :

1) $3x^2 - 7x = 0$

2) $(x + 5)^2 = (x + 5)(4x + 5)$

3) $(8x - 1)(x + 3) = (8x - 1)(2x + 1)$

4) $25x^2 - 9 = 0$

5) $(x + 4)^2 - 49 = 0$

6) $9(4x - 1)^2 = (x - 4)^2$

- 7) $16x^2 - 1 - 2(4x - 1)(x + 2) + x(4x - 1) = 0$
 8) $(2x^2 - 3x) - (4x - 6)(x - 1) = 12x^2 - 36x + 27$

Exercice 16

On pose : $H = (2x - 3)^2 - 4x + 6$.

- 1) a. Factoriser H .
 b. Montrer que : $H = 4x^2 - 16x + 15$.
 c. En déduire les solutions de l'équation : $4x^2 - 16x + 15 = 0$.
 2) a. Montrer que : $H + x - 19 = 4(x^2 - 16) - 15(x - 4)$
 b. Résoudre l'équation : $H = 19 - x$.

Exercice 17

On pose : $F = (2x + 3)^2 - (x - 1)^2$

- 1) Montrer que : $F = 3x^2 + 14x + 8$
 2) Résoudre l'équation : $3x^3 + 14x^2 + 8x = 0$.

Exercice 18

- 1) Montrer que : $x^2 - 5x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$
 2) En déduire la résolution de l'équation : $4x^2 - 20x + 9 = 0$.

Exercice 19

- 1) Montrer que : $x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5)$.
 2) En déduire la résolution de l'équation :

$$(25)^x - 4 \times 5^x - 5 = 0 \quad \text{où } x \text{ est un entier.}$$

Problèmes ouverts**Exercice 20**

- 1) Calculer :

$$1 - \frac{1}{2} ; \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} ; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} ; \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} ; \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6} ; \quad \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \quad \text{et} \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

- 2) En déduire la solution de l'équation :

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} + \frac{x}{42} + \frac{x}{56} = 1$$

Exercice 21

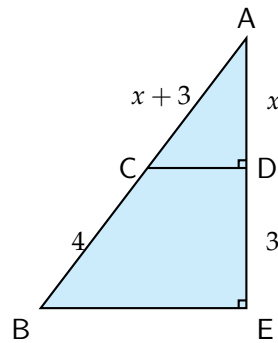
Déterminer le nombre qu'il faut ajouter au numérateur et au dénominateur de $\frac{1}{3}$ pour obtenir le double de ce rationnel.

Exercice 22

L'unité de longueur est le cm.

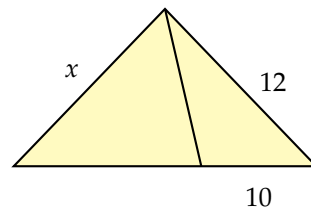
x est un nombre positif.

Déterminer la valeur de x pour que cette figure soit vraie.

**Exercice 23**

En utilisant les informations données sur la figure ci-contre :

Déterminer la valeur exacte de x .

**Exercice 24**

On donne : $a = 5 + 2^{-x}$; $b = 6 + 7 \times 2^x$

Calculer b en fonction de a .

07**Situations de la vie quotidienne****Exercice 25**

Voici la règle d'un jeu :

- Si on gagne, on reçoit 10 points.
- Si on perd, on retranche 4 points.

Un participant à ce jeu a gagné 25 fois et il a perdu 2 points en tout.

Combien de fois a-t-il perdu ?

Exercice 26

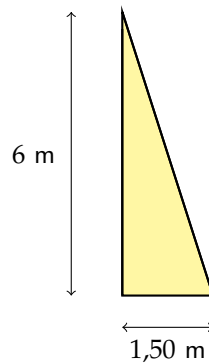
Trois personnes se partagent une somme de 190000 DH.

La première et la deuxième ont la même part. La part de la troisième est égale au double de la part de la première moins 1500 DH.

Déterminer la part de chaque personne.

Exercice 27

Un poteau électrique de 6 m de haut s'est brisé.
Son extrémité touche le sol à 1,50 m de son pied.



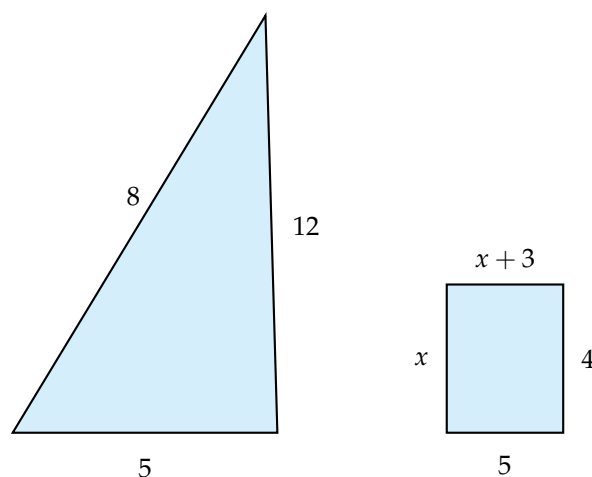
Déterminer la hauteur x où s'est produite la cassure.

Exercice 28

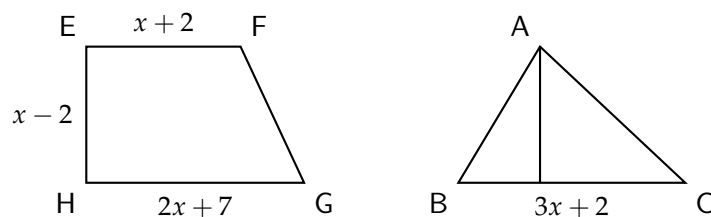
Dans une salle de spectacle, il y a des places à 150 DH, 200 DH et 250 DH.
Le nombre de places à 200 DH est le double du nombre de places à 250 DH.
Le nombre de places à 150 DH est la moitié du nombre total de places.
Lorsque la salle est pleine, la recette est de 94 600 DH.
Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.

08**Challenges****Exercice 29**

Les longueurs sont exprimées en cm. Déterminer la valeur de x sachant que le périmètre du triangle est égal au périmètre du rectangle.

**Exercice 30**

x est un nombre supérieur à 2.
Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC et le trapèze EFGH ont même hauteur.
Déterminer x pour que ABC et EFGH aient la même aire.

**Exercice 31**

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

Aire $ABC = 30 \text{ cm}^2$ et $AB + AC = 17 \text{ cm}$

1) Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à 30 cm.

2) Soit H le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.

Montrer que : $AH = \frac{60}{13}$.

3) a. Montrer que : $x^2 - 17x + 60 = (x - 12)(x - 5)$.

b. En déduire les longueurs AB et AC.

Exercice 32**Avec TICE**

x désigne un nombre entier.

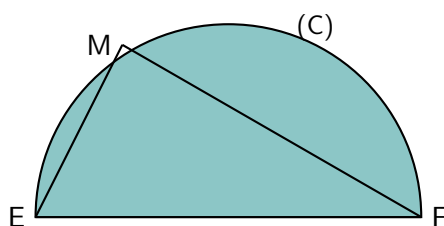
1) Déterminer x sachant que : $3^{x^2-4} - 3^{x^2-5} = 162$

2) Retrouver les solutions de l'équation demandée en utilisant l'outil « Résoudre (< Equation >) » de *Geogebra*.

Exercice 33

(C) est un demi-cercle de diamètre $[EF]$ et de rayon 10.

Déterminer un point M de (C) tel que : $ME + MF = 28$

**Exercice 34**

L'âge du père de Farid est le quadruple de l'âge de son fils. Dans 5 ans, l'âge de Farid sera le tiers de l'âge de son père.

Quels sont les âges de Farid et de son père?

09**Situations proposées au TIMSS****Exercice S1**

Situation 1 : La somme de deux nombres entiers relatifs est 5 et leur produit est -24 .

Quels sont ces deux nombres entiers relatifs?

Exercice S2

Situation 2 : Nadia et Sara partent en même temps en courant l'une vers l'autre selon une ligne droite. La vitesse de Nadia est le double de la vitesse de Sara.

Où Nadia et Sara vont-elles se rencontrer ? Indiquer par ↓ sur la droite graduée le point de rencontre.

