

## 2 APIC ■ Semestre 1 ■ Activités numériques

## 01

## Introduction des nombres rationnels

Connaître la notion de nombre rationnel, simplifier un quotient et réduire deux nombres rationnels au même dénominateur.

## Feuille d'exercices

45 min

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## 01

## Pratique — J'applique

Exemple 1 — Simplifier les nombres suivants :  $\frac{-72}{54}$  et  $\frac{165}{75}$ 

On a :  $72 = 9 \times 2 \times 4$  et  $54 = 9 \times 2 \times 3$ .

$$\text{Donc : } \frac{-72}{54} = \frac{-9 \times 2 \times 4}{9 \times 2 \times 3} = \frac{-4}{3}.$$

On a :  $165 = 11 \times 3 \times 5$  et  $75 = 5 \times 5 \times 3$ .

$$\text{Donc : } \frac{165}{75} = \frac{11 \times 3 \times 5}{5 \times 5 \times 3} = \frac{11}{5}.$$

Exemple 2 — Réduire les nombres rationnels  $\frac{6}{5}$  et  $\frac{17}{25}$  au même dénominateur

On constate que 25 est un multiple de 5.

Donc 25 est leur dénominateur commun.

Alors :

$$\frac{6}{5} = \frac{6 \times 5}{5 \times 5} = \frac{30}{25} \quad \text{et} \quad \frac{17}{25} = \frac{17}{25}.$$

Exemple 3 — Réduire les nombres rationnels  $\frac{5}{24}$  et  $\frac{-7}{32}$  au même dénominateur

On a :  $24 = 8 \times 3$  et  $32 = 8 \times 4$ .

Donc :  $8 \times 3 \times 4$  est un multiple commun de 24 et 32.

Alors :

$$\frac{5}{24} = \frac{5 \times 4}{24 \times 4} = \frac{20}{96} \quad \text{et} \quad \frac{-7}{32} = \frac{-7 \times 3}{32 \times 3} = \frac{-21}{96}.$$

Exemple 4 — Déterminer le nombre qui manque :  $\frac{15}{27} = \frac{-30}{\dots}$ 

1<sup>re</sup> méthode — On a :  $30 : 15 = 2$ .

$$\text{Donc : } \frac{15}{27} = \frac{-2 \times 15}{-2 \times 27} = \frac{-30}{-54}.$$

2<sup>e</sup> méthode — Soit  $x$  le nombre cherché. On a :

$$\frac{15}{27} = \frac{-30}{x}.$$

$$x = \frac{-30 \times 27}{15} \quad (4^{\text{e}} \text{ proportionnelle}).$$

$$\text{donc : } x = \frac{-15 \times 2 \times 27}{15}. \quad \text{D'où : } x = -54.$$

### Exemple 5 — Montrer que les nombres rationnels $\frac{45}{60}$ et $\frac{63}{84}$ sont égaux

1<sup>re</sup> méthode — On a :

$$\frac{45}{60} = \frac{15 \times 3}{15 \times 4} = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad \frac{63}{84} = \frac{21 \times 3}{21 \times 4} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Donc : } \frac{45}{60} = \frac{63}{84}.$$

2<sup>e</sup> méthode — On a :

$$45 \times 84 = 3780 \quad \text{et} \quad 60 \times 63 = 3780.$$

$$\text{Donc : } \frac{45}{60} = \frac{63}{84}.$$

### Exemple 6 — Montrer que $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des nombres rationnels tels que :  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$ ,  $b+d \neq 0$  et  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Pour comparer  $\frac{a+c}{b+d}$  et  $\frac{a}{b}$ , on va comparer les produits  $b(a+c)$  et  $a(b+d)$ .

On sait que :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , donc :  $ad = bc$ .

Par suite :

$$b(a+c) = ba + bc = ba + ad = a(b+d).$$

$$\text{Donc : } b(a+c) = a(b+d). \quad \text{D'où : } \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}.$$

### Application

$x$  et  $y$  sont deux nombres rationnels tels que :  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$  et  $x+y = -5$ .

Déterminer  $x$  et  $y$ .

On a :  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$  ; donc :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{-5}{5} = -1.$$

Cela entraîne que :  $\frac{x}{2} = -1$  et  $\frac{y}{3} = -1$ .

Donc :  $x = -2$  et  $y = -3$ .

## 02

### Investissement — Les nombres rationnels

#### Exercice 1

Recopier et compléter chaque colonne en mettant une croix dans les cases qui conviennent.

|           | $7,25$                   | $\frac{36}{4}$           | $\frac{7}{8}$            | $\frac{137}{6}$          | $\frac{-223}{25}$        | $\frac{842}{7}$          |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| entier    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| décimal   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| rationnel | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**Exercice 2**

1) Choisir, parmi la liste des nombres : 3, 5, 6, 7 le nombre manquant pour que :

$$\frac{22}{\dots}$$

soit un nombre décimal.

2) Choisir, parmi la liste des nombres : 4, 25, 50, 9 le nombre manquant pour que :

$$\frac{129}{\dots}$$

soit un nombre rationnel mais n'est pas décimal.

**Exercice 3**

1) Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité :

$$8 \times \dots = 5.$$

$$0,625 ; \quad 40 ; \quad \frac{5}{8} ; \quad 0,6251 ; \quad \frac{10}{16}.$$

2) Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité :

$$\dots \times 18 = 7.$$

$$\frac{18}{7} ; \quad 0,388 ; \quad \frac{7}{18} ; \quad 0,38888.$$

**03****Investissement — Signe d'un nombre rationnel****Exercice 4**

1) Déterminer le signe de chacun des nombres rationnels suivants :

$$\frac{7}{5} ; \quad \frac{-8}{11} ; \quad \frac{9}{-13} ; \quad \frac{-15}{-24}.$$

2)  $a$  est un entier relatif positif et  $b$  est un entier relatif négatif non nul.

Déterminer le signe de chaque quotient :

$$\frac{a}{-21} ; \quad \frac{b}{9} ; \quad \frac{a}{57} ; \quad \frac{b}{-78} ; \quad \frac{ab}{89} ; \quad \frac{a+4}{b-4}.$$

**Exercice 5**

Écrire chacun des nombres rationnels suivants avec un dénominateur positif :

$$\frac{18}{-8} ; \quad \frac{-15}{-7} ; \quad \frac{-10}{-33}.$$

**04****Investissement — Réduction d'un nombre rationnel****Exercice 6**

1) Simplifier chacun des nombres rationnels suivants par 6 :

$$\frac{6}{12} ; \quad \frac{24}{18} ; \quad \frac{-36}{60} ; \quad \frac{42}{30} ; \quad \frac{-48}{-54}.$$

2) Pour chacun des nombres rationnels suivants, indique si elle peut se simplifier par 2, 3, 4, 5 ou 9.

$$\frac{52}{14} ; \quad \frac{24}{18} ; \quad \frac{30}{-75} ; \quad \frac{135}{45} ; \quad \frac{-48}{24} ; \quad \frac{720}{540}.$$

**Exercice 7**

Simplifier le plus possible les nombres suivants :

$$\frac{72}{24} ; \quad \frac{13}{69} ; \quad \frac{12}{30} ; \quad \frac{15}{45} ; \quad \frac{228}{204} ; \quad \frac{720}{3240}.$$

**Exercice 8**

Donner la forme irréductible de chacun des nombres rationnels suivants :

$$\frac{6,91}{1,82} ; \quad \frac{98}{-168} ; \quad \frac{98}{-90} ; \quad \frac{1260}{756} ; \quad \frac{-506}{78}.$$

**Exercice 9**

1) Écrire chacun des nombres rationnels suivants sous forme d'un rationnel de dénominateur 60 :

$$\frac{1}{5} ; \quad \frac{-2}{3} ; \quad \frac{14}{-30} ; \quad \frac{2,9}{1,5} ; \quad \frac{-12}{-45}.$$

2) Écrire chacun des nombres rationnels suivants sous forme d'un rationnel de dénominateur 60 :

$$\frac{5}{6} ; \quad \frac{7}{10} ; \quad \frac{-8}{15} ; \quad \frac{-9}{2} ; \quad \frac{5}{12}.$$

**Exercice 10**

Dans chaque cas, réduire au même dénominateur.

$$\frac{5}{36} \text{ et } \frac{6}{90} ; \quad \frac{5}{24} \text{ et } \frac{7}{40} ; \quad \frac{-49}{20} \text{ et } \frac{11}{12} ;$$

$$\frac{-5}{44} \text{ et } \frac{-4}{55} ; \quad \frac{3}{10} \text{ et } \frac{11}{18} \text{ et } \frac{2}{15}.$$

## 05

## Investissement — Égalité de deux nombres rationnels

## Exercice 11

Recopier et compléter les égalités suivantes :

a.  $\frac{7}{12} = \frac{28}{\dots}$

c.  $\frac{2}{\dots} = \frac{\dots}{15} = \frac{-18}{27}$

b.  $\frac{25}{18} = \frac{\dots}{-180}$

d.  $\frac{\dots}{7} = \frac{-12}{\dots} = \frac{60}{105}$

## Exercice 12

En utilisant les produits en croix, compléter les égalités suivantes :

a.  $\frac{9}{5} = \frac{\dots}{4}$       b.  $\frac{7}{\dots} = \frac{8}{12}$       c.  $\frac{25}{14} = \frac{13}{\dots}$

## Exercice 13

En utilisant les produits en croix, montrer si les nombres suivants sont égaux :

a.  $\frac{105}{168}$  et  $\frac{15}{24}$       b.  $\frac{36}{21}$  et  $\frac{312}{182}$

c.  $-\frac{96}{76}$  et  $\frac{232}{-85}$       d.  $\frac{14,5}{10,15}$  et  $\frac{8}{5,6}$

## Exercice 14

Recopier et compléter en utilisant  $=$  ou  $\neq$ , en justifiant dans chaque cas :

a.  $\frac{13}{9,1} \dots \frac{12}{8,4}$       c.  $\frac{2,54}{91,44} \dots \frac{1,25}{45}$

d.  $\frac{29,572}{2,5} \dots \frac{147,86}{12,5}$

## Exercice 15

$x$  et  $y$  sont deux nombres relatifs non nuls tels que :

$$\frac{3}{x} = \frac{y}{-2}.$$

Compléter :  $xy = \dots$  ;  $\frac{x}{-2} = \dots$  ;  $\frac{y}{3} = \dots$

## Exercice 16

Lors des élections des délégués de classe, il y avait trois candidats : Réda, Jihad et Fayçal.

Réda a obtenu  $\frac{5}{12}$  des voix, Jihad  $\frac{1}{4}$  des voix et Fayçal le reste. Quel élève a obtenu le plus de voix ?

## 06

## Investissement — Calculatrice

## Exercice 17

1) a. En utilisant les touches  $\boxed{a\frac{b}{c}}$  et  $\boxed{S=D}$  de la calculatrice effectuer les divisions :

$$\frac{27457}{189887} \quad \text{et} \quad \frac{84325}{5831760}.$$

b. Que peut-on conjecturer ?

2) Prouver que cette conjecture vraie ou fausse.

## 07

## Mon bilan

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

## Exercice B1

La fraction  $\frac{42}{140}$  est égale à :

$$A : \frac{7}{10}, \quad B : \frac{3}{10}, \quad C : \frac{6}{5}.$$

## Exercice B2

La fraction  $\frac{1,2}{-6}$  est égale à :

$$A : \frac{3,6}{-18}, \quad B : \frac{10,8}{-18}, \quad C : \frac{0,4}{-3}.$$

## Exercice B3

La fraction  $\frac{-1,4}{4,2}$  est égale à :

$$A : -\frac{1}{3}, \quad B : \frac{1}{3}, \quad C : -\frac{2}{0,7}.$$

## Exercice B4

Comparer  $\frac{14,5}{25}$  et  $\frac{11,6}{20}$  :

$$A : \frac{14,5}{25} < \frac{11,6}{20}, \quad B : \frac{14,5}{25} = \frac{11,6}{20}, \quad C : \frac{14,5}{25} \neq \frac{11,6}{20}.$$

## Exercice B5

Comparer  $\frac{2,1}{3,5}$  et  $\frac{4,1}{6,9}$  :

$$A : \frac{2,1}{3,5} < \frac{4,1}{6,9}, \quad B : \frac{2,1}{3,5} = \frac{4,1}{6,9}, \quad C : \frac{2,1}{3,5} \neq \frac{4,1}{6,9}.$$

### Exercice B6

Réduire les fractions au même dénominateur :  $A = \frac{2}{7}$  et  $B = \frac{3}{8}$ .

$$A : A = \frac{16}{56} \text{ et } B = \frac{21}{56}, \quad B : A = \frac{16}{56} \text{ et } B = \frac{6}{56}, \quad C : A = \frac{10}{56} \text{ et } B = \frac{21}{56}.$$

### Exercice B7

Le nombre qui manque :  $\frac{\dots}{-2,4} = \frac{0,8}{3,2}$  est :

$$0,6 ; \quad -0,6 ; \quad -1,6.$$

### Exercice B8

$a$  et  $b$  sont deux nombres entiers relatifs non nuls tels que :  $5a = 4b$ , alors la valeur de  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  est :

$$\frac{20}{41} ; \quad -\frac{41}{20} ; \quad \frac{41}{20}.$$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

|        | Savoir  | Pratique  |
|--------|---------|-----------|
| Ex : 1 | Règle 1 |           |
| Ex : 2 | Règle 1 |           |
| Ex : 3 | Règle 1 |           |
| Ex : 4 | Règle 3 |           |
| Ex : 5 | Règle 3 |           |
| Ex : 6 | Règle 4 | Exemple 4 |
| Ex : 7 |         | Exemple 4 |
| Ex : 8 | Règle 3 |           |

3) Exercices pour la remédiation voir RI page : 198.

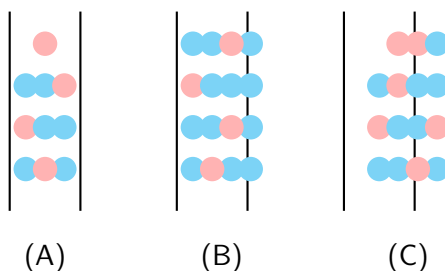
## 08

### Approfondissement — Je recherche

### Égalité de deux nombres rationnels

#### Exercice 18

On considère trois tubes de bonbons chocolat A, B et C.



- 1) Exprimer la proportion de bonbons bleus dans chaque tube.
- 2) Dans quelle cas les proportions de bonbons bleus sont-elles égales.

3) Combien de bonbons rouges doit-on ajouter au tube B pour que la proportion de bonbons bleus soit égale à la proportion de bonbons bleus dans le tube A.

### Exercice 19

Déterminer un nombre rationnel  $a$  tel que :

$$\frac{a+17}{a-9} = \frac{7}{3}.$$

### Exercice 20

$a, b, c$  et  $d$  sont des nombres rationnels tels que :  $b \neq 0, d \neq 0, b+d \neq 0, b-d \neq 0$  et  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

1) Montrer que :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ .

2) En déduire que :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$ .

### Exercice 21

$a, b, c$  et  $d$  sont des nombres rationnels tels que :  $b \neq 0 ; d \neq 0$  et  $3b+2d \neq 0$  et  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Montrer que :  $\frac{a}{b} = \frac{3a+2c}{3b+2d}$ .

### Exercice 22

$a$  et  $b$  sont deux nombres rationnels non nuls tels que :  $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$ .

Montrer que :  $28(a-2) = 8(b-7)$ .

### Exercice 23

$a$  et  $b$  sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad a+b=35.$$

Déterminer  $a$  et  $b$ .

### Exercice 24

$a$  et  $b$  sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{-5}{6} \quad \text{et} \quad a-b=-44.$$

Déterminer  $a$  et  $b$ .

### Exercice 25

L'égalité :

$$\frac{38568}{1987784} = \frac{95436}{4722871}$$

est-elle vraie ? Justifier.

**Exercice 26**

1)  $a$  et  $b$  sont deux nombres rationnels tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{69}{92} \quad \text{et} \quad a + b = 154.$$

- Déterminer la forme irréductible de  $\frac{69}{92}$ .
- Déterminer  $k$  le quotient de  $a + b$  par 7.
- En déduire les valeurs de  $a$  et  $b$ .

2) En utilisant la méthode ci-dessus, déterminer  $a$  et  $b$  sachant que :  $\frac{a}{b} = \frac{51}{68}$  et  $a + b = 672$ .

**Exercice 27**

Trouver le nombre  $x$  tel que :

$$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x}.$$

**Exercice 28**

La fraction  $\frac{7269}{14538}$  vérifie les propriétés suivantes :

- Le numérateur est composé de 4 chiffres.
- Le dénominateur est composé de 5 chiffres.
- On a utilisé uniquement chacun des chiffres de 1 à 9.
- $\frac{7269}{14538} = \frac{1}{2}$ .

Déterminer d'autres fractions qui ont les mêmes propriétés.

**Exercice 29**

Déterminer les nombres entiers relatifs  $x$  tels que :

$$\frac{26}{27} < \frac{x}{54} < \frac{7}{6}.$$

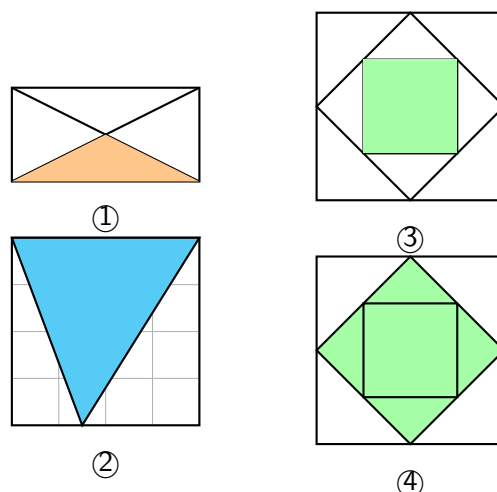
**Exercice 30**

Écrire sous la forme irréductible les nombres suivants :

$$2,55555\dots ; \quad 0,123123123\dots$$

**Exercice 31**

Quelle fraction de chaque figure a-t-on coloriée ?



## 09

### Dans la vie

#### Exercice 32

Sept dixièmes de l'eau utilisée sur la Terre sert à l'agriculture ; l'industrie en utilise le cinquième. Le reste est pour la consommation domestique (besoin, cuisine, hygiène).  
Quelle part de la consommation totale représente la consommation domestique ?

## 10

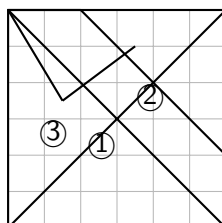
### Challenges

#### Exercice 33

Un robinet A remplit un bassin en 4 heures.  
Un robinet B le remplit en 6 heures.  
À 9 h 30 min, on ouvre le robinet A.  
Dès que le bassin est à moitié plein, on ouvre le robinet B.  
À quelle heure le bassin sera-t-il plein ?

#### Exercice 34

L'aire du grand carré est 1.



Quelle est l'aire de chacune des pièces 1, 2 et 3 ? (Donner les réponses sous forme de fraction irréductible)  
Colorier en bleu la pièce 1 ainsi que toutes les pièces ayant la même aire que la pièce 1.  
Colorier en rouge la pièce 2 et toutes les pièces de même aire que la pièce 2.

# 11

## Situations proposées au TIMSS

Quel est le rectangle dont la partie tramée représente la même proportion que celle du cercle ?

