

04

Multiplication et division des nombres rationnels

Multiplier deux nombres rationnels, déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul et calculer le quotient de deux nombres rationnels.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

Produit de deux nombres rationnels**Exemple 1**

Calculer le nombre rationnel :

$$A = \frac{39}{-48} \times \frac{-64}{-26}$$

CorrectionIl y a 3 facteurs négatifs, donc A est négatif.

$$A = \frac{39}{-48} \times \frac{-64}{-26}$$

on cherche d'abord le signe de A

$$A = -\frac{39}{48} \times \frac{64}{26}$$

on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

$$A = -\frac{39 \times 64}{48 \times 26}$$

on décompose les numérateurs et les dénominateurs en produits de facteurs

$$A = -\frac{3 \times 13 \times 8 \times 2 \times 2 \times 2}{8 \times 3 \times 2 \times 2 \times 13}$$

donc : $A = -2$.

Produit de plusieurs rationnels**Exemple 2**

Calculer le nombre rationnel :

$$B = \frac{9}{-5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{-18}{-14}$$

Correction

On détermine le signe de B .

$$B = \frac{9}{-5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{-18}{-14}$$

on simplifie les signes des fractions

$$B = -\frac{9}{5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{18}{14}$$

$$B = \frac{9}{5} \times \frac{20}{3} \times \frac{18}{14}$$

$$B = \frac{9 \times 20 \times 18}{5 \times 3 \times 14}$$

on simplifie

$$B = -\frac{3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 18}{5 \times 2 \times 7}$$

$$B = \frac{108}{7}.$$

Quotient de deux nombres rationnels**Exemple 3**

Calculer le nombre rationnel :

$$C = \frac{-12}{35} : \frac{-21}{-20}$$

Correction

Il y a 3 signes moins, donc C est un nombre négatif.

$$C = \frac{-12}{35} : \frac{-21}{-20}$$

$$C = -\frac{12}{35} : \frac{21}{20}$$

on multiplie par l'inverse de $\frac{21}{20}$

$$C = -\frac{12}{35} \times \frac{20}{21}$$

on multiplie les numérateurs et les dénominateurs

$$C = -\frac{3 \times 4 \times 5 \times 4}{5 \times 7 \times 3 \times 7}$$

on simplifie

$$C = -\frac{16}{49}.$$

Exemple 4

Calculer le nombre rationnel x tel que :

$$\frac{-3}{4}x = \frac{5}{32}$$

Correction

$$\begin{aligned}\frac{-3}{4}x &= \frac{5}{32} \\ x &= \frac{5}{32} : \left(\frac{-3}{4}\right) \\ x &= \frac{5}{32} \times \left(\frac{4}{-3}\right) \\ x &= -\frac{5 \times 4}{4 \times 8 \times 3} \\ \text{Donc : } x &= -\frac{5}{24}.\end{aligned}$$

Calculer avec des lettres**Exemple 5**

x est un nombre rationnel.

On considère les expressions A et B :

$$A = \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - \left(\frac{5}{6}x - \frac{3}{5}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{2}{3} \left(\frac{9}{4}x - 2\right)$$

Développer et réduire A et B .

Correction

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - \left(\frac{5}{6}x - \frac{3}{5}\right) \\ A &= \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - \frac{5}{6}x + \frac{3}{5} \\ A &= \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}x - \frac{4}{15} + \frac{3}{5} \\ A &= \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right)x - \frac{4}{15} + \frac{9}{15} \\ A &= \left(\frac{2}{6} - \frac{5}{6}\right)x + \frac{5}{15} \\ A &= -\frac{3}{6}x + \frac{1}{3} \\ \text{Donc : } A &= -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

$$B = \frac{2}{3} \left(\frac{9}{4}x - 2\right)$$

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}x - \frac{2}{3} \times 2$$

$$B = \frac{2 \times 3 \times 3 \times x}{3 \times 2 \times 2} - \frac{4}{3}$$

$$\text{Donc : } B = \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}.$$

02

Investissement — Je m'entraîne

Multiplication

Exercice 1

Effectuer les produits suivants :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \frac{3}{5} \times \frac{8}{7} & \text{b. } \frac{4}{9} \times \frac{8}{11} & \text{c. } \frac{3}{5} \times \frac{8}{7} \\ \text{d. } \frac{-6}{7} \times \frac{-12}{13} & \text{e. } \frac{5}{-6} \times \frac{-11}{12} & \text{f. } \frac{-7}{-4} \times \frac{-9}{8} \end{array}$$

Exercice 2

Calculer chaque produit suivant :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 5 \times \frac{4}{3} & \text{b. } \frac{3}{8} \times 9 & \text{c. } 4,8 \times \frac{5}{7} \\ \text{d. } \frac{-8}{9} \times (-4) & \text{e. } 7 \times \left(\frac{-6}{11}\right) & \text{f. } \frac{-6}{-13} \times 8 \end{array}$$

Exercice 3

Compléter par le nombre qui convient :

$$\frac{3}{-4} \times \dots = \frac{-9}{8} \quad ; \quad -4 \times \dots = \frac{4}{7}$$

$$\frac{2016}{2015} \times \dots = -1 \quad ; \quad \dots \times \frac{-7}{-13} = 1$$

$$\frac{14}{17} \times \frac{-5 + \dots}{2017} = 0$$

Exercice 6

Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \frac{9}{4} \times \frac{-1}{8} \times \frac{5}{2} & \text{b. } \frac{5}{6} \times \frac{7}{2} \times \frac{-3}{4} & \text{c. } \frac{-15}{8} \times \frac{3}{5} \times \frac{-4}{7} \\ \text{d. } 5 \times \frac{12}{25} \times \frac{7}{144} & \text{e. } \frac{5}{18} \times (-3) \times \frac{12}{20} & \text{f. } \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} \times \frac{27}{64} \times \frac{36}{81} \end{array}$$

Exercice 7

Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

$$\text{a. } \frac{45}{14} \times \left(\frac{6}{5} + \frac{2}{3}\right) \quad \text{b. } \left(\frac{8}{9} - \frac{3}{2}\right) \times \frac{36}{55} \quad \text{c. } \left(1 - \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{5}{4} + 1\right)$$

$$\text{d. } \frac{6}{7} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} \quad \text{e. } \frac{-3}{8} + \frac{7}{4} \times \frac{5}{6} \quad \text{f. } \frac{11}{12} \times \frac{3}{5} - \frac{7}{15} \times \frac{1}{2}$$

Exercice 8

a et b sont deux nombres rationnels non nuls.

Simplifier :

$$\begin{aligned} & \frac{6}{9a} \times a \quad ; \quad \frac{4}{a} \times \frac{-a}{3} \quad ; \quad 15ab \times \frac{2}{5b} \\ & \frac{-a}{3} \times \frac{a}{6} \quad ; \quad \frac{4}{25}a \times \frac{75}{16}b \quad ; \quad \frac{7a}{-3b} \times \frac{-9b}{21a} \end{aligned}$$

Exercice 9

Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues :

$$\begin{aligned} M &= \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{6}{8}\right) \times \left(\frac{4}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) \\ A &= \left(\frac{91}{3}\right) \times \left(\frac{-9}{47}\right) \times \left(\frac{-2}{-91}\right) \times \left(\frac{47}{6}\right) \times \left(\frac{-84}{27}\right) \\ T &= \left(\frac{-1}{3} + \frac{-1}{3}\right) + \left(\frac{-5}{6} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{-1}{3} \times \frac{-1}{3}\right) \\ H &= \frac{-3}{4} \left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3}\right) \\ S &= \left(\frac{-5}{11}\right) \times \left(\frac{-4}{18} + \frac{1}{27}\right) \times (-9 + 9) \times \left(\frac{-18}{27}\right) \end{aligned}$$

Avec TICE**Exercice 4**

1) Calculer :

$$\begin{aligned} A &= \frac{9}{12} - \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} \quad ; \quad B = -\frac{4}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{9}{6} \\ C &= \frac{-7}{2} \times \frac{4}{-2} + \frac{11}{4} \quad ; \quad D = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} + \frac{5}{9} \end{aligned}$$

2) S'aider d'une calculatrice scientifique pour vérifier les résultats obtenus.

En utilisant les touches : $\boxed{\div}$ $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$

Exercice 5

Recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\text{a. } \frac{7}{5} \times \frac{\dots}{8} = \frac{7}{8} \quad \text{b. } \frac{\dots}{4} \times \frac{9}{-2} = \frac{9}{4}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c. } \frac{1}{6} \times \frac{11}{\dots} = \frac{-11}{18} & \text{d. } \frac{4}{9} \times \frac{\dots}{5} = \frac{8}{15} \\ \text{e. } \frac{8}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = -\frac{7}{2} & \text{f. } -\frac{2021}{2020} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{43}{40} \end{array}$$

Inverse et division

Exercice 10

Recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 8 \times \frac{1}{\dots} = 1 & \text{b. } \dots \times \frac{1}{-7} = 1 & \text{c. } 2,4 \times \dots = 1 \\ \text{d. } \frac{5}{6} \times \dots = 1 & \text{e. } \left(-\frac{9}{2}\right) \times \dots = 1 & \text{f. } -\frac{\dots}{12} \times \frac{\dots}{23} = 1 \end{array}$$

Exercice 11

Recopier et compléter le tableau suivant :

	-9	...	...	$-\frac{9}{4}$	...	...
Inverse	...	$\frac{7}{5}$	...	...	$-\frac{2}{11}$	...
Opposé	...	...	$-\frac{3}{8}$	...	...	$\frac{12}{13}$

Exercice 12

Calculer chaque quotient et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \frac{4}{7} \div \frac{5}{9} & \text{b. } \frac{6}{5} \div \frac{12}{15} & \text{c. } \frac{-4}{49} \div \frac{16}{14} \\ \text{d. } \frac{18}{27} \div \left(-\frac{21}{24}\right) & \text{e. } 12 \div \frac{15}{13} & \text{f. } \frac{21}{11} \div 42 \end{array}$$

Exercice 13

Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

$$\begin{array}{llll} \text{a. } \frac{\frac{5}{4}}{\frac{7}{12}} & \text{b. } \frac{\frac{2}{9}}{\frac{-4}{18}} & \text{c. } \frac{-\frac{32}{12}}{8} & \text{d. } \frac{-\frac{16}{25}}{\frac{32}{20}} \end{array}$$

Exercice 14

Compléter :

$$\dots : \frac{4}{15} = -\frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{\dots}{39} : \frac{12}{-26} = \frac{-4}{9}$$

Exercice 15

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{2} \times \frac{4}{10} - \frac{4}{3} + \frac{7}{3} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{3} \right)$$

$$B = \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{6} \right) - \left[\frac{7}{4} - \left(\frac{3}{8} - 1 \right) \right] : \frac{16}{3}$$

$$C = \left(\frac{2}{15} - \frac{1}{25} \right) - \left(\frac{4}{5} - 1 \right)$$

$$D = \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{5} \right) - 2 \left(3 - \frac{1}{10} + \frac{2}{3} \right).$$

Calculatrice**Exercice 16**

Pour chacun des produits suivants, on vous propose plusieurs résultats.

Expliquer pourquoi vous pouvez être sûr que certains sont faux.

Vérifier avec la calculatrice le résultat.

$$21 \times 98 \quad 20\,518 ; \quad 2\,058 ; \quad 2085 ; \quad 258$$

$$0,83 \times 47 \quad 49,01 ; \quad 45,21 ; \quad 39,1 ; \quad 39,01$$

03**Mon bilan**

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

Exercice B1

Le nombre $\frac{3}{5} \times \frac{20}{21}$ égal à : ...

$$A : \frac{7}{4}, \quad B : \frac{60}{35}, \quad C : \frac{4}{7}$$

Exercice B2

Le nombre $\frac{7}{4} \times \left(-\frac{8}{3} \right)$ égal à : ...

$$A : -\frac{3}{14}, \quad B : -\frac{14}{3}, \quad C : -\frac{56}{24}$$

Exercice B3

Le nombre $-5 \times \frac{8}{7}$ égal à : ...

$$A : \frac{40}{7}, \quad B : \frac{40}{7}, \quad C : \frac{56}{5}$$

Exercice B4

Le nombre $\frac{-3}{10} \times \left(\frac{-5}{18}\right)$ égal à : ...

A : $-\frac{1}{12}$, B : $\frac{1}{12}$, C : $\frac{3}{4}$

Exercice B5

Le nombre $\frac{14}{9} \times \frac{-49}{7} \times \left(\frac{-18}{343}\right)$ égal à : ...

A : $\frac{7}{4}$, B : $\frac{2}{7}$, C : $\frac{4}{7}$

Exercice B6

L'inverse de $-\frac{3}{5}$ est : ...

A : $\frac{3}{5}$, B : $\frac{5}{3}$, C : $-\frac{5}{3}$

Exercice B7

Le nombre $\frac{5}{3} : \frac{7}{2}$ égal à : ...

A : $\frac{21}{10}$, B : $\frac{10}{21}$, C : $\frac{35}{6}$

Exercice B8

Le nombre $2 : \left(-\frac{7}{3}\right)$ égal à : ...

A : $-\frac{6}{7}$, B : $\frac{6}{7}$, C : $\frac{-7}{6}$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Règle 1	
Ex : 2	Règle 1	
Ex : 3	Règle 1	
Ex : 4	Règle 1	
Ex : 5		Exemple 2
Ex : 6	Définition	
Ex : 7	Règle 2	
Ex : 8	Règle 2	

3) Exercices pour la remédiation voir R4 page : 198.

Correction page : 197

04

Approfondissement — Je recherche

Produit et inverse

Exercice 17

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a + b = \frac{12}{5} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{-3}{5}$$

- 1) Montrer que : $\frac{a}{b} + 1 = \frac{12}{5} \times \frac{1}{b}$.
- 2) En déduire les valeurs de a et b .

Exercice 18

a et b sont deux nombres rationnels non nuls, tels que : $a + b \neq 0$; $\frac{1}{a+b} = \frac{15}{2}$ et $\frac{1}{ab} = -15$.
Calculer $(a-1)(b-1)$.

Exercice 19

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a = -\frac{5}{6} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{3}$$

- 1) Calculer $a - b$ et $a \times b$.
- 2) En déduire le calcul de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

Produit et division

Exercice 20

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$$a = \frac{42}{-6} \times (-24) + \frac{-84}{-12} \times 6$$

$$b = \frac{5}{-6} \times \frac{12}{10} - \frac{3}{4} \times \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3} \right)$$

$$c = \left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - 1 \right) \times \left(2 - \frac{1}{12} - \frac{1}{3} \right)$$

Exercice 21

a , b et c sont des nombres rationnels.

Soit

$$E = \frac{\frac{a-2}{b+\frac{1}{3}}}{\frac{a \times c}{b-\frac{3}{4}}}$$

- 1) Calculer E pour $a = -3$; $b = 1$ et $c = 2$.
- 2) Calculer E pour $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{4}{3}$ et $c = -\frac{4}{2}$.

Problèmes ouverts

Exercice 22

Badr dépense les $\frac{3}{8}$ de son argent de poche pour acheter des livres et $\frac{5}{12}$ de son argent de poche pour l'achat d'un jeu vidéo. Il lui reste 450 dh.

- 1) Quelle fraction de son argent de poche représente l'ensemble des dépenses ?
- 2) Quelle fraction de son argent de poche représente ce qui lui reste ?
- 3) Déterminer le nombre x tel que : $\frac{5}{24} \times x = 450$.
Que peut-on conclure ?

Exercice 23

Le 1^{er} mars, un marchand de parfum a vendu les $\frac{4}{9}$ de ses flacons le matin et les $\frac{5}{18}$ du reste l'après-midi.

- 1) Quelle fraction des flacons de parfum lui restait-il en fin de journée ?
- 2) Sachant qu'il lui reste 12 flacons en fin de journée, quel était le nombre initial de flacons.

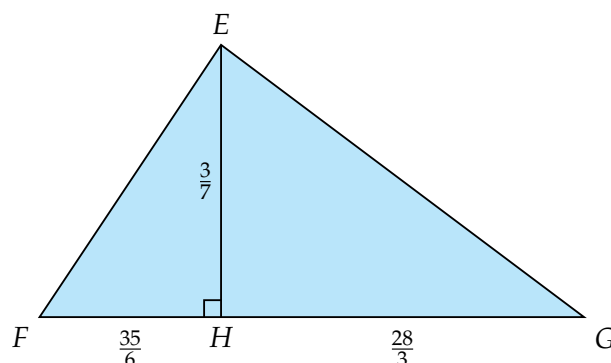
Exercice 24

Dans une classe de troisième, $\frac{1}{3}$ désirent poursuivre en tronc commun scientifique, $\frac{1}{4}$ veulent aller en tronc commun littéraire et 10 élèves restent indécis.

- 1) Calculer le nombre d'élèves de cette classe.
- 2) Combien d'élèves désirent poursuivre en tronc commun scientifique.

Exercice 25

On considère la figure suivante.
Calculer de deux manières différentes l'aire du triangle EFG .



Exercice 26

EFG est un triangle tel que :

$$EF = \frac{48}{32} \quad \text{et} \quad EG = \frac{36}{27}.$$

La bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$ coupe $[FG]$ en M .

En admettant que : $\frac{MF}{MG} = \frac{EF}{EG}$,
calculer MF , MG et FG .

Exercice 27

Sur mon budget mensuel, un tiers est utilisé pour payer mon loyer, un septième pour mes frais de transports. Il me reste alors 660 dirhams.

Quel est mon budget mensuel ?

Exercice 28

La longueur d'un rectangle est égale aux $\frac{12}{5}$ de sa largeur.

Son périmètre est 40,8 m.

1) Quelle fraction de sa largeur représente son périmètre ?

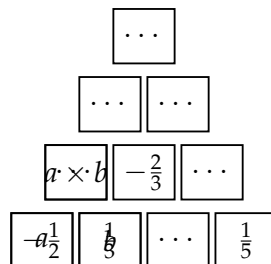
2) Calculer sa largeur et sa longueur.

05

Challenges

Exercice 29

Recopier et compléter la pyramide ci-dessous :



Exercice 30

x et y sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$x + y \neq 0 \quad ; \quad x - y \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{1-x}{y-x} = \frac{1}{y+x}.$$

Montrer que : $x + y = 2$.

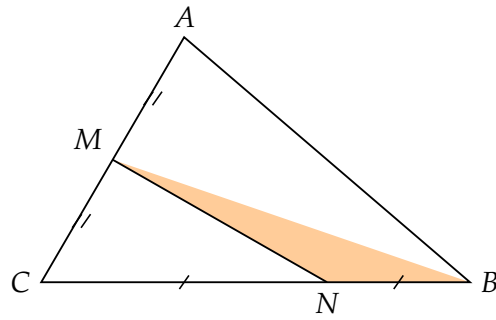
Exercice 31

ABC est un triangle.

Soit M le milieu de $[AC]$ et N un point de $[BC]$ tel que : $BN = \frac{1}{3} BC$

Montrer que :

$$\text{Aire } MNB = \frac{1}{6} \text{ Aire } ABC.$$



06

Situations proposées au TIMSS

Trouver deux fractions ayant le **plus grand** produit en utilisant uniquement ces quatre nombres :

	×	
2	3	4