

18

Pyramides et cônes de révolution

Reconnaître une pyramide et un cône de révolution, construire leur patron et calculer leur aire latérale et leur volume.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

Exemple 1 — Fabriquer un patron d'un cône de révolution

Construire le patron d'un cône de révolution tel que le rayon de base est 3 cm et une génératrice mesure 9 cm.

On commence par faire un dessin à main levée.

Pour construire l'arc MM' , on doit calculer la mesure de l'angle α .

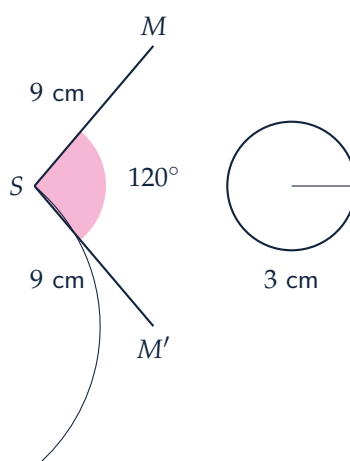
Le périmètre de la base est : $2 \times 3 \times \pi = 6\pi$ cm.

Le périmètre du cercle de centre S et de rayon 3 est : $2 \times 9 \times \pi = 18\pi$ cm.

Calculons α :

Mesure de l'angle au centre	360°	α
Longueur de l'arc de cercle	18π	6π

$$\text{Donc : } \alpha = \frac{360 \times 6\pi}{18\pi} = 120^\circ$$



Correction

Voir la figure ci-dessus : le patron est formé d'un secteur circulaire de centre S , de rayon 9 cm et d'angle au centre $\alpha = 120^\circ$, et d'un disque de rayon 3 cm dont le contour a la même longueur que l'arc du secteur, soit 6π cm.

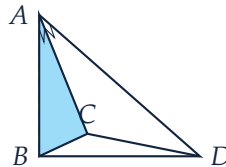
Le calcul de α vient de la proportionnalité entre la mesure de l'angle au centre et la longueur de l'arc de

cercle :

$$\alpha = \frac{360 \times 6 \pi}{18 \pi} = 120^\circ.$$

Exemple 2 — Calcul de volumes

Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$ de hauteur AB sachant que ACD est un triangle rectangle en A et que : $AC = 3,6$ cm ; $AD = 4,8$ cm et $AB = 6$ cm



Correction

Calculons le volume V de cette pyramide.

Soit β l'aire de sa base.

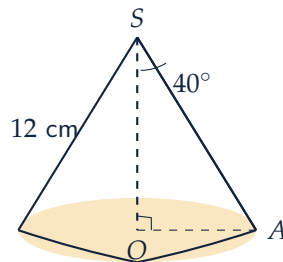
On sait que : $V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$

Donc : $V = \frac{1}{3} \times \frac{3,6 \times 4,8}{2} \times 6$

D'où : $V = 17,28$ cm³.

Exemple 3 — Volume d'un cône, arrondi au cm³

Calculer le volume V du cône ci-contre, arrondi au cm³.



Correction

On sait que : $V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$

Pour calculer l'aire de la base, on doit déterminer le rayon OA de la base.

OSA est un triangle rectangle en O .

Donc : $\cos \widehat{OSA} = \frac{SO}{SA}$

$\cos 40^\circ = \frac{12}{SA}$

D'où : $SA = \frac{12}{\cos 40^\circ}$, soit $SA \approx 15,7$ cm

OSA est un triangle rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore, on a :

On a : $SA^2 = SO^2 + AO^2$

$15,7^2 = 12^2 + AO^2$

$246,49 = 144 + AO^2$

$$AO^2 = 246,49 - 144$$

$$AO^2 = 102,49$$

Donc : $OA = \sqrt{102,49}$ ($OA > 0$), soit $OA \approx 10,1$ cm

Par conséquent : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 10,1^2 \times 12$

D'où : $V \approx 1282$ cm³.

02

Investissement — Réviser son cours

Exercice 1

Recopier et compléter les phrases suivantes par : hauteur, triangles, base, sommet, perpendiculaire, polygone.

- La ... d'une pyramide est un
- Le ... de la pyramide n'appartient pas à la
- Les faces latérales sont des
- La ... d'une pyramide est ... au plan de la base.

Exercice 2

1) Compléter le tableau suivant qui concerne des pyramides.

Nombre S de sommets	...	6	...	...
Nombre A d'arêtes	...	...	9	...
Nombre F de faces	3	...	...	7

2) Vérifier que : $S + F - A = 2$.

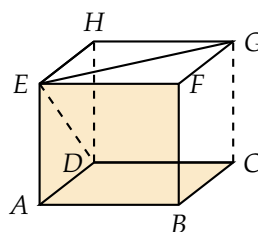
Exercice 3

Recopier et compléter les phrases suivantes par : sommet, disque, hauteur, génératrice, rayons, perpendiculaire.

- La base d'un cône de révolution est un
- Une ... est un segment dont les extrémités sont le ... et un point du contour de la
- La ... du cône est ... à tous les ... du disque de la base.

Exercice 4

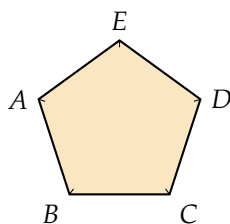
On considère le parallélépipède rectangle suivant :



Dessiner en perspective la pyramide $AEHGF$.

Exercice 5

Recopier et compléter le patron d'une pyramide $SABCDE$ de sommet S .

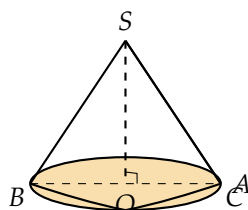


03

Investissement — Cônes de révolution

Exercice 6

Le cône ci-contre a pour hauteur $[SO]$ et pour base un disque de centre O .



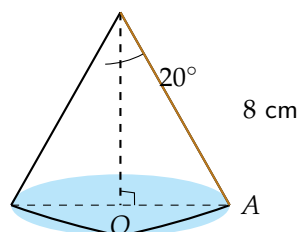
- 1) Que représente $[SA]$ pour le cône ?
- 2) Quelle est la nature du triangle BAS ?
- 3) Quelle est la nature du triangle OSA ?

Exercice 7

On considère un cône de révolution de sommet S et de rayon $OM = 4$ cm.
Les génératrices mesurent 9 cm.
Dessiner le patron de ce cône.

Exercice 8

Peut-on ranger le cône de révolution représenté ci-contre dans un coffre de forme cylindrique de 3,9 cm de rayon et de hauteur 8,4 cm.



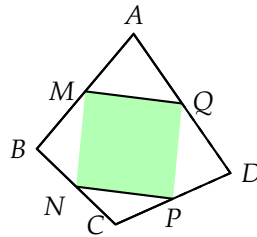
04

Investissement — Problèmes ouverts

Exercice 9

$ABCD$ est une pyramide.

M , N , P et Q sont respectivement les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

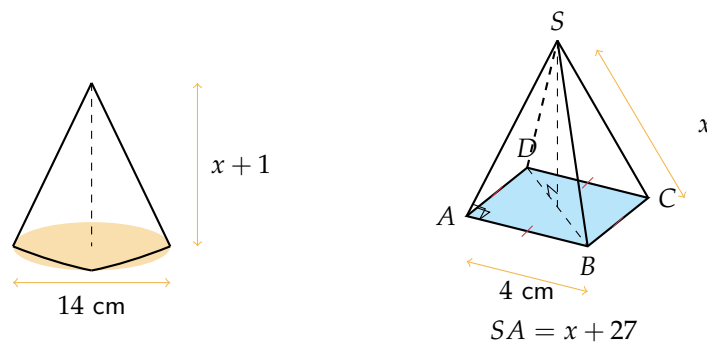


- 1) Montrer que les droites (MQ) et (NP) sont parallèles.
- 2) Montrer que le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme.

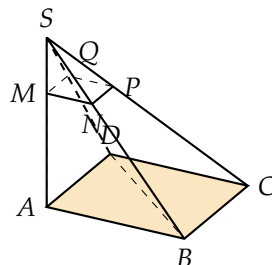
Exercice 10

Déterminer la valeur de x pour que les volumes de ces deux solides soient égaux.

Prendre $\pi \approx \frac{22}{7}$


05
Investissement — Volume
Exercice 11

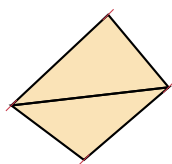
$SABCD$ est une pyramide de base carrée et de hauteur $[SA]$ tels que : $AB = 15$ cm et $SA = 18$ cm.



- 1) Calculer V_1 le volume de la pyramide $SABCD$.
- 2) Soit M un point de $[SA]$ tel que : $SM = 6$ cm.
La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe $[SB]$ en N . Calculer MN .
- 3) $SMNPQ$ est la pyramide de base le carré $MNPQ$ et de hauteur $[SM]$.
Calculer V_2 le volume de cette pyramide.
- 4) Calculer V le volume du tronc de la pyramide (volume du solide $MNPQABCD$).

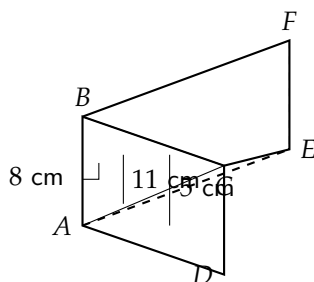
Exercice 12

Recopier et compléter la figure ci-contre pour obtenir le patron d'une pyramide.



Exercice 13

$ABCDEF$ est un prisme droit.



- 1) Calculer le volume de ce prisme.
- 2) Calculer le volume de la pyramide $DBCFE$.
- 3) Calculer le volume du tétraèdre $DABC$.

Exercice 14

On considère des cônes de révolution de rayon r , de diamètre d et de hauteur h .
Compléter le tableau suivant :

r	d	h	Volume exact
...	4 cm	6,3 cm	...
3 cm	...	6,3 cm	$39 \pi \text{ cm}^3$
...	...	6,3 cm	$10,5 \pi \text{ cm}^3$

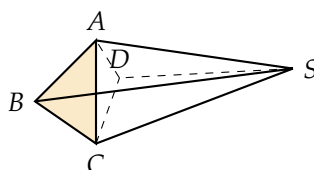
06

Mon bilan

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Exercice B1

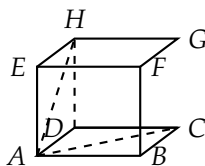
Cette pyramide a pour base ...



A : SBC B : ABC C : SAB

Exercice B2

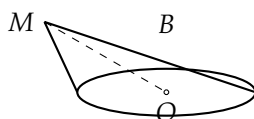
La pyramide $ACDH$ est inscrite dans un parallélépipède rectangle. La hauteur de cette pyramide n'est pas ...



A : $[AH]$ B : $[HD]$ C : $[DC]$

Exercice B3

La hauteur de ce cône de révolution est ...



A : $[OB]$ B : $[OM]$ C : $[BM]$

Pour les exercices 4 à 6 un parallélépipède a pour base un rectangle de 7 cm sur 9 cm. Sa hauteur est 10 cm.

Exercice B4

Le volume de ce parallélépipède est ...

A : 630 cm^3 , B : 63 cm^3 , C : 210 cm^3

Exercice B5

L'aire latérale de ce parallélépipède est ...

A : 440 cm^2 , B : 446 cm^2 , C : 500 cm^2

Exercice B6

Un cône de révolution a un rayon de 2 cm et une hauteur 3 cm. Le volume de ce cône est de l'ordre de ...

A : $12,5 \text{ cm}^3$, B : $18,8 \text{ cm}^3$, C : $37,5 \text{ cm}^3$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition 1	
Ex : 2	Définition 1	
Ex : 3	Définition 4	
Ex : 4	Propriété 1	
Ex : 5	Définition 3	
Ex : 6	Propriété 3	

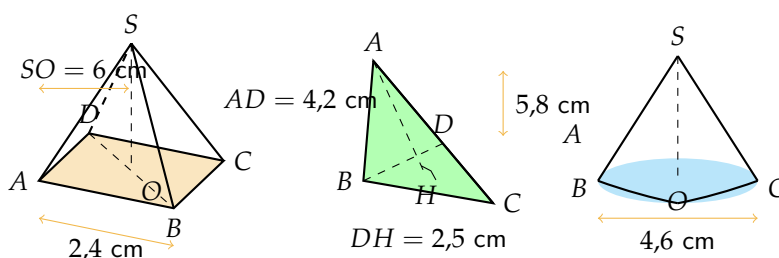
3) Exercices pour la remédiation voir R18 page : 199.

07

Approfondissement — Volume

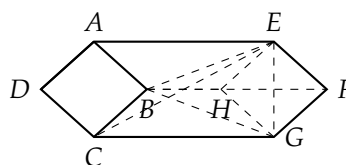
Exercice 15

Calculer les volumes des solides suivants :



Exercice 16

$ABCDEFGH$ est un pavé droit.



Montrer que les pyramides $HABFE$ et $EDCGH$ ont même volume.

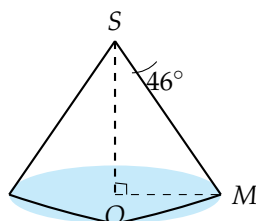
08

Approfondissement — Avec TICE

Exercice 17

1) Calculer le volume de ce cône.

On donne : $SO = 15$ cm et $\widehat{OSM} = 46^\circ$



2) S'aider du logiciel **Geogebra** (graphique 3D) pour calculer le volume demandé utilisant l'icône suivant

:

09

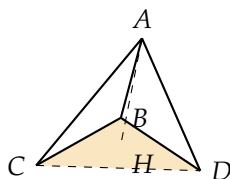
Approfondissement — Autres solides

Exercice 18

$ABCD$ est une pyramide de base un triangle équilatéral de côté 6 cm.

Exercice 19

Déterminer la hauteur AH de cette pyramide sachant que son volume est $84,6 \text{ cm}^3$.

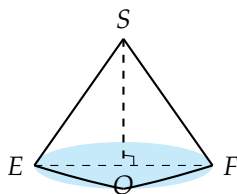


Exercice 20

Un cône de révolution a pour sommet S ; son disque de base, de centre O , a pour diamètre $[EF]$.

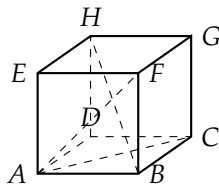
On donne : $EF = 30 \text{ cm}$ et $\widehat{ESO} = 60^\circ$.

- 1) Calculer la hauteur SO .
- 2) Calculer son volume.



Exercice 21

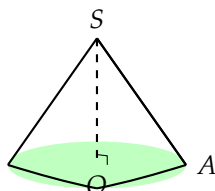
$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 4 cm .



- 1) Calculer V le volume de $ABCDEFGH$.
- 2) Calculer V' le volume de la pyramide $ABCF$.
- 3) En déduire la relation entre V et V' .

Exercice 22

Un cône a 6 cm de hauteur et le diamètre de sa base est 10 cm .

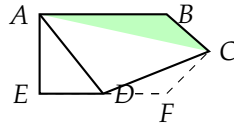


- 1) Calculer SA .
- 2) Calculer l'aire latérale.
- 3) Calculer le volume de ce cône.

Exercice 23

$ABCD$ est un prisme droit.

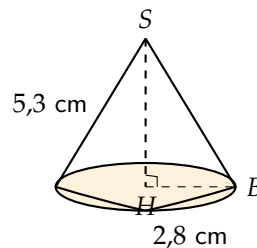
Les bases sont des triangles ; $AD = 6$ cm ; $DE = 8$ cm ; $DC = 10$ cm



- 1) Calculer le volume V de la pyramide $ADEFC$.
- 2) Calculer de deux manières différentes V' le volume de la pyramide $FABC$.

Exercice 24

Un cône de révolution a pour génératrice 5,3 cm et pour rayon de base 2,8 cm.

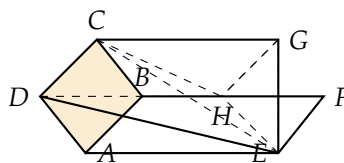


- 1) Montrer que : $SH = 4,5$ cm
- 2) Calculer $\cos \widehat{HBS}$.
- 3) Calculer le volume de ce cône.
- 4) Calculer l'aire latérale de ce cône.

Exercice 25

$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que :

$AB = 4$ cm
 $AD = 6$ cm ;
 $AE = 5$ cm.

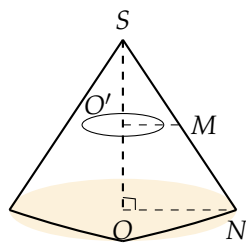


- 1) Calculer le volume de la pyramide $EDHGC$.
- 2) Calculer ED et EG .
- 3) Calculer l'aire latérale puis l'aire totale de la pyramide $EDHGC$.

Exercice 26

On considère le cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O , soit O' et M les milieux respectifs de $[SO]$ et $[SN]$.

On donne : $SO = 4,8$ cm ; $ON = 3,6$ cm



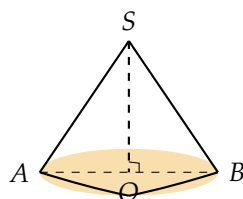
- 1) Calculer V le volume de ce cône.
- 2) Calculer une mesure au degré de l'angle $\widehat{OSN}$.
- 3) a. Calculer $O'M$.
- b. Calculer V' le volume du cône de révolution de sommet S ; de base le disque de centre O' et de rayon $O'M$.
- c. Calculer k sachant que : $V' = kV$.

10

Challenges

Exercice 27

Une bougie a la forme d'un cône de révolution de sommet S , de base un disque de centre O et de rayon 12 cm et de génératrice $SA = 20$ cm.



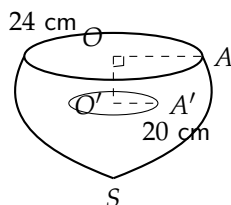
- 1) Montrer que : $SO = 16$ cm (SO étant la hauteur de la bougie)
- 2) Calculer le volume de la bougie en fonction de π .
- 3) Combien peut-on fabriquer de ce type avec 6 litres de cire ?

Exercice 28

Un pot de fleurs représenté par la figure suivante.

On pose : $h = SO$.

On donne : $OA = 24$ cm ; $O'A' = 16$ cm et $OO' = 20$ cm



- 1) a. Montrer que : $\frac{h}{h+20} = \frac{2}{3}$
- b. Calculer h .
- 2) Calculer le volume en litres du pot de fleurs.

11 Situations proposées au TIMSS

Une pyramide a une base de n arêtes.

Quel est le nombre d'arêtes de cette pyramide ?

