

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités graphiques et statistiques

14

Fonctions affines

Reconnaître une fonction affine, déterminer son coefficient et son ordonnée à l'origine, puis construire et exploiter sa représentation graphique qui est une droite.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Utiliser les propriétés d'une fonction affine pour démontrer que trois points sont alignés

Exemple 1 — Démontrer que A , B et C sont des points alignés

Soit les points : $A(-2; -8)$; $B(4; 10)$ et $C(6; 16)$.

Démontrer que A , B et C sont des points alignés.

Correction : 1

On détermine la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points A et B (par exemple) puis on vérifie que le point C appartient à la représentation de f .

On a : f est une fonction affine, donc : $f(x) = ax + b$.

Les points $A(-2; -8)$ et $B(4; 10)$ appartiennent à la courbe (C_f) , cela entraîne que : $f(-2) = -8$ et $f(4) = 10$.

$$\blacksquare \text{ Calculons } a : \quad \text{On a : } a = \frac{f(4) - f(-2)}{4 - (-2)} = \frac{10 - (-8)}{4 + 2} = \frac{18}{6} = 3$$

Donc : $f(x) = 3x + b$.

■ Calculons b :

On sait que : $f(4) = 10$.

Donc : $3 \times 4 + b = 10$

$$12 + b = 10$$

$$b = 10 - 12 = -2$$

Donc : $f(x) = 3x - 2$.

■ Calculons $f(6)$:

$$\text{On a : } f(6) = 3 \times 6 - 2 = 18 - 2 = 16$$

Puisque $C(6; 16)$, alors C appartient à la droite (C_f) .

Par conséquent les points A , B et C sont alignés.

2. Résoudre un problème

Exemple 2 — Deux options de déplacement en train

Monsieur MATHIS doit effectuer fréquemment des trajets en train entre Casablanca et Marrakech en 1^{re} classe. Soit x le nombre de trajets par an. Il a le choix entre deux options :

Option A : Le prix d'un trajet 150 DH.

Option B : on achète une carte à 500 DH et on paie 100 DH par trajet.

Correction : 2

1) On désigne par $f(x)$ le prix total à payer avec l'option A et on désigne par $g(x)$ le prix total à payer avec l'option B.

a. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

b. Calculer $f(18)$ et $g(18)$.

2) Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, représenter les deux fonctions f et g .

Prendre :

- Sur l'axe des abscisses, 0,5 cm pour un trajet.
- Sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 200 DH.

3) À l'aide du graphique, déterminer le nombre de trajets pour lequel l'option A est plus avantageuse que l'option B. Vérifier ce résultat algébriquement.

1) a. On a : $f(x) = 150x$ (option A)

$g(x) = 100x + 500$ (option B)

b. Calcul de $f(18)$:

On a : $f(x) = 150x$

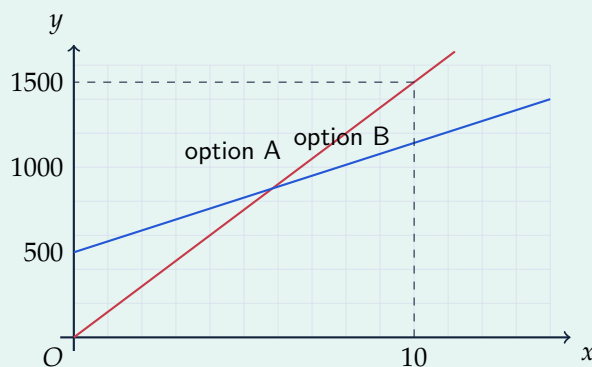
D'où : $f(18) = 150 \times 18 = 2700$

Calcul de $g(18)$:

On a : $g(x) = 100x + 500$

Donc : $g(18) = 100 \times 18 + 500 = 2300$.

2) Représentations graphiques des deux options :



3) Graphiquement, on constate que l'option A est plus avantageuse si l'on doit effectuer moins de 10 trajets.

On peut confirmer ce résultat par le calcul en résolvant l'inéquation :

$$f(x) < g(x).$$

$$150x < 100x + 500$$

$$150x - 100x < 500$$

$$50x < 500$$

$$x < \frac{500}{50}$$

Donc : $x < 10$.

02

Investissement — Je m'entraîne

Pour réviser ton cours

Exercice 1

Recopier et compléter les phrases suivantes :

- La fonction $f : x \mapsto -6x + 7$ est une fonction de coefficient et est l'ordonnée à l'origine.
- On la note = $-6x + 7$
- Sa représentation graphique est une

Exercice 2

On considère la fonction affine f définie par :

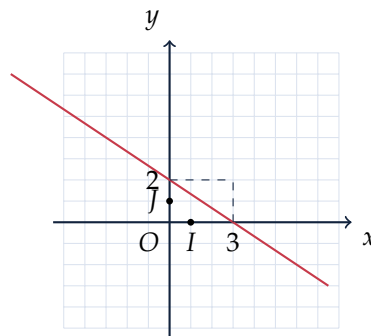
$$f(x) = -3x + 4.$$

Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $f(-2) = -3 \times \dots + 4 = \dots$
- L'image de 5 par f : $f(\dots) = -3 \times \dots + 4 = \dots$
- L'antécédent de 2 est $\frac{2}{3}$: $f(\dots) = \dots$
- $\frac{f(4) - f(-5)}{4 - (-5)} = \dots$

Exercice 3

On considère ci-dessous la représentation graphique de la fonction affine f .



Recopier et compléter :

L'image de 3 est ...

L'antécédent de 0 est ...

Le coefficient de f est ...

L'ordonnée à l'origine est ...

L'expression de la fonction f est : $f(x) = \dots x + \dots$

Exercice 4

Mettre une croix où la réponse est oui

La fonction ... est une fonction	affine	linéaire	constante	non affine
$f(x) = -8x + 2$	...	...	...	...
$g(x) = 3x^2 - 4$	...	...	...	...
$h(x) = \sqrt{7}x$	...	...	...	...
$i(x) = 5x - 2 + 5x$	...	...	...	...
$j(x) = \frac{7-2x}{3}$	...	...	...	...
$k(x) = \frac{3}{6x-1}$	...	...	...	...

Exercice 5

On considère les trois fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto -4 \quad ; \quad g : x \mapsto 3x + 2 \quad ; \quad h : x \mapsto -6$$

- 1) Quelle est la nature de ces trois fonctions ?
- 2) Pour chaque fonction, calculer l'image de $\frac{2}{9}$.
- 3) Pour chaque fonction, déterminer les antécédents de $\frac{3}{5}$.

Représentation graphique**Exercice 6**

Représenter graphiquement dans un même repère orthonormé $(O; I; J)$ les fonctions suivantes :

$$f(x) = -x + 1 \quad ; \quad g(x) = 2x - 1 \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

Exercice 7

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan, on considère les points :

$$E(0; 2) \quad ; \quad F(-3; 4) \quad ; \quad G(-5; -3) \quad \text{et} \quad H(4; -2).$$

- 1) Tracer les droites (EF) , (HG) et (EG) .
- 2) Déterminer les fonctions affines représentées par les trois droites précédentes.

Exercice 8

- 1) Représenter dans un même repère les fonctions f et g définies par : $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ et $g(x) = x - 1$.
- 2) Lire sur le graphique les coordonnées du point A d'intersection des deux représentations graphiques.
- 3) En résolvant l'équation $f(x) = g(x)$, déterminer les coordonnées de A .

Détermination d'une fonction affine**Exercice 9**

$(O; I; J)$ est un repère orthonormé.

- 1) Construire la droite (Δ) la courbe de la fonction f définie par : $f(x) = -\frac{1}{3}x - 2$

- 2) a. Placer les points $E(4; -2)$ et $F(-2; 4)$.
 b. Déterminer la fonction g représentée graphiquement par la droite (EF) .

Exercice 10

- 1) Construire (D) la courbe de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2$$

- 2) La droite (D) coupe l'axe des abscisses en M et l'axe des ordonnées en N .
 Calculer les coordonnées des points M et N .

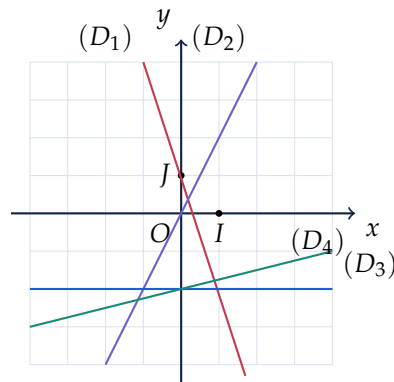
Exercice 11

On a représenté dans un même repère orthonormé, les fonctions affines f , g , h et i définies par :

$$f(x) = -3x + 1 \quad ; \quad g(x) = 2x$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x - 2 \quad ; \quad i(x) = -2.$$

Indiquer pour chaque fonction la droite qui la représente.



Exercice 12

f et g sont deux fonctions définies par :

$$f(x) = ax - 2 \quad \text{et} \quad g(x) = ax + 3$$

Calculer $f(-3) - g(-3)$ sachant que : $g(2) = -5$.

Exercice 13

f et g sont deux fonctions affines telles que :

$$f(x) = ax + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = -\frac{3}{4}x + b$$

- 1) Calculer a et b sachant que : $f(8) = 3$ et $g(8) = 3$
 2) Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.

Exercice 14

Soit f une fonction affine définie par : $f(x) = ax + b$.

1) Calculer : $f(x+1) - f(x)$.

2) Sachant que : $f(4) = -12$ et $f(5) = -18$, calculer a et b .

Exercice 15

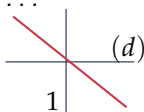
f et g sont deux fonctions définies par :

$$f(x) = ax + b \quad \text{et} \quad g(x) = ax$$

Sachant que : $f(2) = 7$ et $g(2) = -4$, calculer a et b .

Mon bilan**Exercice 1**

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1) L'image du nombre -6 par la fonction affine $x \mapsto 3x - 6$	24	12	-24
2) L'antécédent du nombre 0 par la fonction affine f définie par : $f(x) = -2x + 3$ est :	3	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
3) f est une fonction affine $x \mapsto 3x + b$ telle que : $f(9) - f(1) = 4$. Alors ...	$a = 8$	$a = 2$	$a = 0,5$
4) f est une fonction affine $x \mapsto ax + b$ telle que : $f(-1) = 7$ et $f(2) = -5$. Alors ...	$a = -4b = 3$	$a = -\frac{1}{4}b = \frac{27}{4}$	$a = \frac{-6}{7}b = -9$
5) La droite (d) représente la fonction affine f qui à x associe ... 	$-3x + 1$	$-\frac{1}{3}x + 2$	$\frac{1}{3}x + 2$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Exemple 1	
Ex : 2	Exemple 2	
Ex : 3	Définition	
Ex : 4	Définition	
Ex : 5	Propriété 2	

3) Exercices pour la remédiation voir *R14 page : 249*

Corrections page : 247

03

Approfondissement — Je recherche

Détermination d'une fonction affine

Exercice 16

Déterminer la fonction affine f dans chacun des cas suivants :

- 1) L'image de 2 par f est -3 et l'image de -2 par f est 4.
- 2) $f(0) = 4$ et $f(-2) = 0$
- 3) La droite représentative de f passe par les points :

$$A\left(-\frac{6}{7}; 1\right) \quad \text{et} \quad B\left(1; \frac{7}{6}\right).$$

Exercice 17

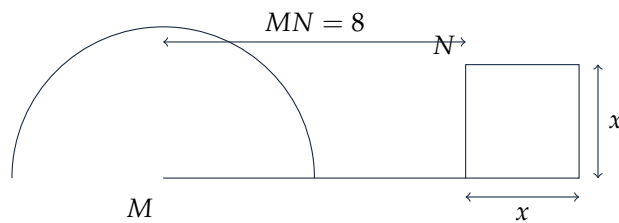
On considère la figure ci-contre : $MN = 8$

On désigne par :

$p(x)$: le périmètre de la figure.

$a(x)$: l'aire de la figure.

$p(x)$ et $a(x)$ sont-elles des fonctions affines ?

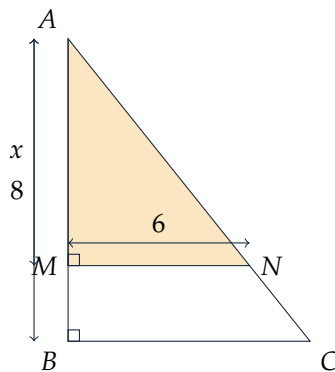


Exercice 18

Sur la figure ci-contre :

MAN et BAC sont deux triangles rectangles en M et B .

- 1) Exprimer AB , BC et AC en fonction de x .
- 2) Montrer que le périmètre p du triangle BAC est une fonction affine.
- 3) a. Calculer p lorsque : $x = 4,8$.
b. Calculer x lorsque : $p = 45,8$



Exercice 19

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = -4x + 3$.

1) Calculer le réel a sachant que :

$$f(a - 2) - f(2a) = 3a + 1$$

2) soit g la fonction telle que : $g(x) = f(x - 1) - 7$

Montrer que g est une fonction linéaire.

Exercice 20

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 3x - 4$.

1) Calculer $f(4)$ et $f(-2)$.

2) Déterminer la fonction affine g telle que :

$$g(4) = f(4) \quad \text{et} \quad g(-2) = f(-2).$$

Exercice 21

1) Soit f la fonction linéaire telle que : $f(x) = -5x$.

a. Calculer $f(-1)$

b. Calculer a sachant que la courbe (C_f) de f passe par le point $A(a - 1; 2a)$

c. Construire (C_f) dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

2) Déterminer la fonction affine g sachant que :

$$B(-2; 0) \in (C_g) \quad \text{et} \quad g(-4) - g(2) = -1$$

3) Résoudre algébriquement l'inéquation :

$$2g(x) - 1 \leq f(x + 2)$$

Exercice 22

1) On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = (4x - 1)^2 - 2 \quad \text{et} \quad g(x) = 4(2x^2 + 1)$$

f et g sont-elles des fonctions affines ?

2) Soit S la fonction telle que : $S(x) = f(x) - 2g(x)$

a. Montrer que S est une fonction affine.

b. Construire la courbe de la fonction S .

Problème de la vie quotidienne**Exercice 23**

À l'occasion des soldes, un commerçant accorde une réduction de 10 % sur le prix de tous les articles.

1) Exprimer $f(x)$ la remise sur un prix x en dirhams.

2) Exprimer $g(x)$ le nouveau prix après réduction.

Exercice 24

Le prix à payer pour un trajet en taxi comprend une prise en charge fixe et une somme proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus.

Un passager P_1 a payé 12 DH un trajet de 4 km tandis qu'un passager P_2 a payé 18,25 DH pour un trajet de 6,5 kilomètres.
Déterminer le montant de la prise en charge et le prix du kilomètre parcouru.

Exercice 25

Soit f la fonction affine définie par : $f(x) = -3x + 2$

- 1) Calculer $f(-2)$ et $f(2)$.
- 2) Exprimer $f(-x)$ en fonction de x .
- 3) Montrer que : $f(x+1) = -3x - 1$
- 4) Montrer que : $f(x-3) - f(x+3) = 18$

04

Situations proposées aux olympiades

Exercice 1

f est une fonction affine telle que :

$$f(f(f(x))) = 8x - 7$$

Calculer $f(1)$.

05

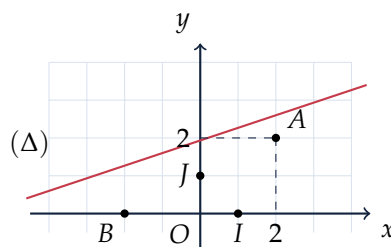
Je me prépare à l'examen local

Exercice 36 — Exercice résolu

On considère la fonction affine f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

- 1) Calculer l'image de 2 par la fonction f .
- 2) Déterminer le nombre dont l'image est 0 par f .
- 3) La droite (Δ) représentée ci-dessous, est-elle la représentation graphique de la fonction f ?



Correction : 36

- 1) On a : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$
Donc : $f(2) = \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 1 + 1 = 2$;
alors : $f(2) = 2$.
2 est l'image de 2 par f .
- 2) Soit a l'antécédent de 0 par f .

On a : $f(a) = 0$; donc : $\frac{1}{2}a + 1 = 0$ et $a = -2$

3) Sur le graphe, on constate que (Δ) passe par les points $A(2;2)$ et $B(-2;0)$.

Or : $f(2) = 2$ et $f(-2) = 0$, par conséquent la droite (Δ) est la représentation graphique de f .

Exercice 37 — Exercice résolu

1) Sur la figure ci-dessous, la droite (D) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6 et coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -3 .

a. Quelle est la nature de la fonction f représentée par la droite (D) ?

b. Vérifier que : $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$

c. Trouver l'expression de la fonction linéaire g sachant que sa courbe coupe la droite (D) en $A(4;-1)$.

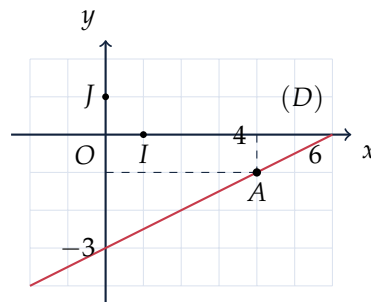
2) On considère la fonction h telle que :

$$h(x) = -x + 3$$

a. Déterminer le nombre x dont l'image par la fonction h est -1 .

b. En déduire que les représentations graphiques des fonctions f , g et h se coupent au point $A(4;-1)$.

3) Résoudre l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$



Correction : 37

1) a. Puisque la droite (D) est la courbe de la fonction f , alors f est une fonction affine.

b. On sait que : $E(6;0)$ et $F(0;-3)$ appartiennent à (D) .

Donc : $f(6) = 0$ et $f(0) = -3$

On a : $f(x) = ax + b$ car f est une fonction affine.

Et on a : $f(0) = -3$. Alors : $b = -3$.

On a : $a = \frac{f(6) - f(0)}{6 - 0} = \frac{0 - (-3)}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

D'où : $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$.

c. g est une fonction linéaire, donc : $g(x) = a'x$.

Et $A(4;-1)$ appartient à (C_g) donc : $g(4) = -1$

Il en résulte que $a' = \frac{g(4)}{4} = \frac{-1}{4}$

D'où : $g(x) = \frac{-1}{4}x$

2) a. Soit m l'antécédent de -1 par h .

Donc $h(m) = -1$.

Or : $h(x) = -x + 3$, alors :

$$-m + 3 = -1$$

$$-m = -4$$

$$m = 4$$

L'antécédent de -1 est 4 par la fonction h .

b. D'après la question précédente, $h(4) = -1$.

Et $A(4; -1)$ appartient à (C_h)

Or A est un point de (D) et A est un point de (C_g) , alors A appartient aux courbes des fonctions f , g et h .

3) Résolution de l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

On a : $f(x) \leq g(x)$

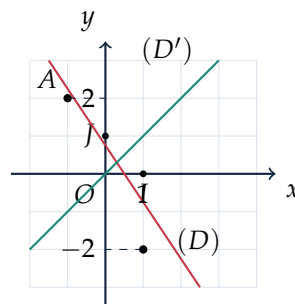
$$\begin{aligned} \text{signifie : } \frac{1}{2}x - 3 &\leq -\frac{1}{4}x \\ 2x - 12 &\leq -x \\ 3x &\leq 12 \\ x &\leq 4 \end{aligned}$$

Donc les solutions de cette inéquation sont les réels inférieurs ou égaux à 4.

Exercice 38 — Exercice résolu

$(O; I; J)$ est un repère orthonormé.

On considère les droites (D) et (D') où (D) est la représentation graphique d'une fonction linéaire f . (Voir la figure).



1) a. Déterminer $f(0)$ et $f(-2)$.

b. Déterminer le nombre dont l'image par f est 1.

c. Déterminer le coefficient de f .

2) On considère la fonction g telle que : $g(x) = -2x + 5$.

a. Calculer $g(1)$ et $g(2)$.

b. Montrer que (D') est la courbe de g .

3) Vérifier graphiquement que : $f(2) = g(2)$.

Exercice 36

On considère la fonction affine f de coefficient $-\frac{3}{2}$ telle que : $f(4) = -3$ et (D) sa représentation graphique.

1) a. Montrer que : $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$ pour tout réel x .

b. Calculer $f(2)$.

c. Déterminer le réel a tel que : $f(a) = 6$.

2) La représentation graphique (Δ) d'une fonction affine g passe par l'origine du repère et par le point $A(2; 3)$.

a. Quelle est la nature de la fonction g ?

b. Déterminer $g(x)$ pour tout réel x .

c. Vérifier $f(1) = g(1)$.

d. En déduire les coordonnées du point d'intersection des droites (D) et (Δ) .

Exercice 37

1) Soit f la fonction linéaire telle que : $f(-2) = 3$.

a. Montrer que : $f(x) = -\frac{3}{2}x$.

b. Construire dans un repère orthonormé la courbe de f .

2) Soit g la fonction affine dont la courbe coupe la courbe de f au point $A(-2;3)$ et telle que : $g(1) = 0$. Déterminer $g(x)$ en fonction de x .

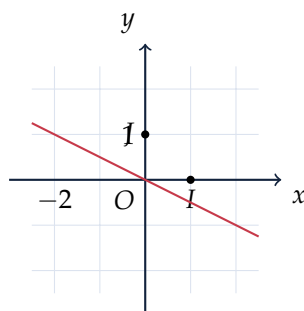
Exercice 39

1) la figure ci-contre représente la courbe de la fonction linéaire g dans un repère orthonormé.

a. Déterminer $g(-2)$.

b. Déterminer le nombre dont l'image par g est 1.

c. Déterminer le coefficient de g .



2) On considère la fonction affine f définie par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 \quad \text{et} \quad (D) \text{ sa courbe.}$$

a. Calculer $f(-2)$ et $f(1)$.

b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) avec l'axe des abscisses.

c. Construire (D) .

d. Déterminer graphiquement le nombre a tel que : $f(a) = 1$.