

3 APIC ■ Semestre 1 ■ Activités numériques

07

Ordre et opérations

Comparer deux nombres réels, encadrer une expression et démontrer une inégalité en utilisant les propriétés de l'ordre.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Simplifier une expression en tenant compte du signe

Exemple 1 — Simplifier une expression en tenant compte du signe

x et y sont deux nombres réels tels que : $2 \leq x \leq 3$ et $6 \leq y \leq 7$.

On considère l'expression E :

$$E = \sqrt{4x^2 - 4xy + y^2} + 2\sqrt{(x-3)^2} + 12x.$$

Donner une écriture simplifiée de E .

Écriture simplifiée de E :

On a :

$$E = \sqrt{4x^2 - 4xy + y^2} + 2\sqrt{(x-3)^2} + 12x$$

$$E = \sqrt{(2x-y)^2} + 2\sqrt{x^2 - 6x + 9} + 12x$$

$$E = \sqrt{(2x-y)^2} + 2\sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

$$E = \sqrt{(2x-y)^2} + 2\sqrt{(x+3)^2}$$

Déterminons les signes de $(2x-y)$ et $(x+3)$.

On a : $2 \leq x \leq 3$ et $6 \leq y \leq 7$.

$$4 \leq 2x \leq 6 \quad \text{et} \quad -7 \leq -y \leq -6$$

Donc : $-3 \leq 2x - y \leq 0$.

Alors : $2x - y$ est un nombre négatif ; donc $\sqrt{(2x-y)^2} = -(2x-y)$.

On a : $2 \leq x \leq 3$

$$5 \leq x + 3 \leq 6$$

alors : $x + 3$ est donc un nombre positif ; donc $\sqrt{(x+3)^2} = x + 3$.

Par suite : $E = -(2x-y) + 2(x+3)$

$$E = -2x + y + 2x + 6$$

Donc : $E = y + 6$.

2. Comparer deux expressions

Exemple 2 — Comparer deux expressions

a et b sont deux nombres réels tels que : $a > 1$ et $b > 1$.

Démontrer que : $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$.

Correction : 2

On a : $b > 1$ donc : $b - 1 > 0$ et $\sqrt{b-1} > 0$.

On a : $(\sqrt{b-1} - 1)^2 \geq 0$ (car le carré de tout nombre réel est toujours positif).

donc : $(\sqrt{b-1})^2 - 2\sqrt{b-1} \times 1 + 1^2 \geq 0$

$$b - 1 - 2\sqrt{b-1} + 1 \geq 0$$

$$b - 2\sqrt{b-1} \geq 0$$

$$-2\sqrt{b-1} \geq -b$$

$$-\frac{1}{2}(-2\sqrt{b-1}) \leq -\frac{1}{2}(-b) \quad \left(\text{car } -\frac{1}{2} < 0\right)$$

c'est-à-dire : $\sqrt{b-1} \leq \frac{b}{2}$

1

Et comme a est positif car $a > 1$, alors : $a\sqrt{b-1} \leq \frac{ab}{2}$

1

De la même manière, on démontre que : $b\sqrt{a-1} \leq \frac{ab}{2}$

2

On déduit, en ajoutant membre à membre les membres des deux inégalités 1 et 2 que :

$$a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2}$$

$$a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq 2 \frac{ab}{2}$$

Donc : $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$.

Exemple 3 — Encadrer une expression

Soit a et b deux nombres réels tels que : $1 \leq \sqrt{a-3} \leq 3$ et $-4 \leq b \leq \frac{1}{2}$

1) Montrer que : $4 \leq a < 12$.

2) Encadrer le nombre $\frac{3}{a} + b^2$.

1) Montrons que : $4 \leq a < 12$.

On a : $1 \leq \sqrt{a-3} < 3$

$$1^2 \leq (\sqrt{a-3})^2 < 3^2$$

$$1 \leq (a-3) < 9$$

$$1+3 \leq a < 9+3$$

donc : $4 \leq a < 12$

2) Encadrement du nombre $\frac{3}{a} + b^2$

On a : $4 \leq a < 12$ et $-4 \leq b \leq \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{12} < \frac{1}{a} \leq \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad 0 \leq b^2 \leq (-4)^2$$

$$\frac{3}{12} \leq \frac{3}{a} \leq \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad 0 \leq b^2 \leq 16$$

donc : $\frac{1}{4} + 0 \leq \frac{3}{a} + b^2 \leq \frac{67}{4} + 16$

D'où : $\frac{1}{4} \leq \frac{3}{a} + b^2 \leq \frac{67}{4}$.

02

Investissement — Je m'entraîne

Comparaison

Exercice 1

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$a - \sqrt{3} = b - 2$$

Comparer a et b .

Exercice 2

m est un nombre réel tel que : $m \leq 3$

Recopier et compléter par $\leq$ ou $\geq$:

$4m \dots 12$	;	$-2m \dots -6$
$m - 6 \dots -3$	;	$3m - 2 \dots 9$
$\frac{m}{-2} \dots \frac{3}{-2}$	;	$-5m + 17 \dots 2$

Exercice 3

a est un nombre réel négatif et b un nombre réel tel que : $b < -4$

Recopier et compléter par les signes $<$ ou $>$:

$-b + a \dots 4 + a$	;	$b - a \dots -4 - a$
$-b \dots 4$	;	$b^2 \dots 16$
$ab \dots -4a$	;	$\frac{1}{b} \dots \frac{1}{4}$

Exercice 4

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$3 \leq a \leq 4 \quad \text{et} \quad -4 \leq b \leq -2.$$

Comparer les nombres : $a - 3b - 5$ et $4a - 2b - 1$

Exercice 5

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$0 < a < \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad 0 < b < \frac{1}{3}.$$

Montrer que : $\frac{1}{a+b} > \frac{3}{2}$ et $\frac{1}{ab} > 9$.

Avec TICE**Exercice 6**

1) Conjecturer le rangement des nombres a et b à la fonction du tri d'un *tableur* tel qu'Excel.

1. $a = 4\sqrt{2}$	et	$b = 3\sqrt{4}$
2. $a = -2\sqrt{6}$	et	$b = -5\sqrt{2}$
3. $a = 7 + \sqrt{45}$	et	$b = 7 + 3\sqrt{6}$
4. $a = 6 + 5\sqrt{3}$	et	$b = 4 + 6\sqrt{2}$
5. $a = \frac{\sqrt{7} - 3}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$	et	$b = \frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

2) Comparer les nombres a et b dans chaque cas.

Exercice 7

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$a = 3 + \sqrt{5} \quad \text{et} \quad b = 2 + \sqrt{10}.$$

1) Calculer $a^2 - b^2$.

2) En déduire que : $2 + \sqrt{10} < 3 + \sqrt{5}$.

Exercice 8

Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants :

- 1) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ et $\sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}$.
 2) $A = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{17 - 4\sqrt{15}} + \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2}$.
 (calculer d'abord $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ et $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$)

Exercice 9

a , b et c sont des nombres réels positifs.

1) Montrer que : $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.

2) En déduire que : $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$.

Exercice 10

a , b et c sont des nombres réels positifs non nuls.

1) Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.

2) En déduire que : $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6$.

Exercice 11

a , b et c sont des nombres réels positifs non nuls.

1) Montrer que : $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$.

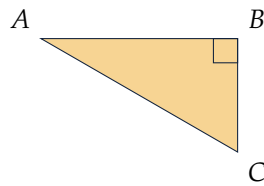
2) En déduire que :

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{ac}{a+c} + \frac{bc}{b+c} \leq \frac{a+b+c}{2}.$$

Exercice 12

ABC est un triangle rectangle en B .

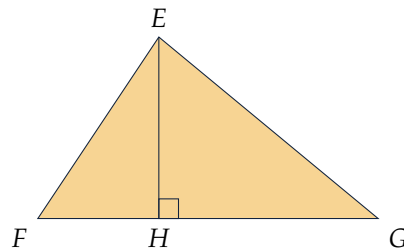
Montrer que : $AB + BC \leq AC\sqrt{2}$.

**Exercice 13**

EFG est un triangle rectangle en E .

Soit H le projeté orthogonal de E sur (FG) .

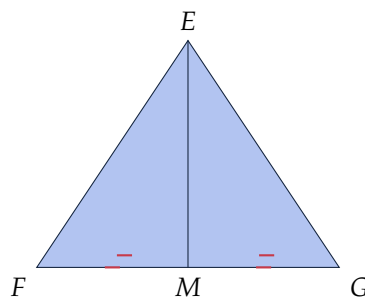
Montrer que : $EF + HG < EH + FG$.

**Exercice 14**

EFG est un triangle.

Soit M le milieu de $[FG]$.

Montrer que : $2EM < EF + EG$.

**Encadrement**

Exercice 15

a , b et c sont des nombres réels tels que :

$$3 \leq a \leq 4 ; \quad \frac{1}{3} \leq \frac{1}{b+2} \leq \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad 5c - 3 = a - 3b$$

Donner l'encadrement de chacun des nombres suivants :

$$b, \quad a - 3b, \quad c \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}.$$

Exercice 16

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$-3 \leq a \leq -2 \quad \text{et} \quad -4 \leq b \leq 5.$$

Donner l'encadrement de chacun des nombres suivants :

$$\begin{array}{lll} a + b & ; & b - a & ; & 2a - 3b \\ -a(b + 6) & ; & \frac{a}{b - 6} & ; & (a + 1)^2. \end{array}$$

Exercice 17

x et y sont deux nombres réels positifs tels que :

$$0 \leq x \leq \sqrt{3} \quad \text{et} \quad 0 \leq y^2 + 4y - x^2 \leq 2.$$

Montrer que : $0 \leq y \leq 1$.

Exercice 18

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$3 \leq a - b \leq 4 \quad \text{et} \quad -2 \leq a + b \leq -1.$$

- 1) Montrer que : $-3 \leq b \leq -2$ et $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$.
- 2) En déduire un encadrement de $\frac{b - a}{ab}$.

Calculatrice**Exercice 19**

Réda et Jihad ont à calculer le nombre suivant :

$$A = \sqrt{10^{-6} - (10^{16} - 2 \times 10^{-8})^{-2}}$$

Réda n'utilise pas sa calculatrice. Il trouve $A = 0$.

Jihad fait d'abord quelques calculs à la main. Elle trouve $A = 2$. Le résultat de Jihad est meilleur que celui de Réda. Justifier cette affirmation.

- 1) Refaite les calculs de Réda sur ta calculatrice.
- 2) Quels sont les calculs de Jihad ?
- 3) Pourquoi le résultat de Jihad est-il meilleur ?
- 4) Le résultat de Jihad est-il exact, trop grand ou trop petit ?

Mon bilan

Exercice 1

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

	A	B	C
1) Comparer les nombres : $22/7$ et $\frac{335}{107}$	$\frac{335}{107} > \frac{22}{7}$	$\frac{335}{107} = \frac{22}{7}$	$\frac{335}{107} < \frac{22}{7}$
2) Comparer les nombres : $a = 5\sqrt{2}$ et $b = 4\sqrt{3}$	$a > b$	$a = b$	$a < b$
Soit x et y deux nombres réels			
3) Si $x - 3 < \sqrt{5}$ alors : ...	$x < 2$	$x > 8$	$x < 8$
4) Si : $x \leq -1$ alors : ...	$2x + 3 \leq 5$	$2x + 3 > 1$	$2x + 3 \leq 1$
5) Si : $x \geq \frac{3}{2}$ alors : ...	$1 - 2x \leq -5$	$1 - 2x \geq -5$	$1 - 2x \leq 7$
6) Si : $-\frac{3}{4}x + 1 \leq 0$ alors : ...	$x < \frac{4}{3}$	$x > \frac{4}{3}$	$x < \frac{1}{4}$
7) Soit x et y deux nombres réels si : $\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ et $-1 \leq y \leq 2$ alors : ...	$0 < 2x - y < 4$	$1 < 2x - y \leq 3$	$3 < 2x - y \leq -1$
8) Le nombre $\sqrt{(1 - 2\sqrt{3})^2}$ est égal ...	$1 - 2\sqrt{3}$	$2\sqrt{3} - 1$	$1 + 2\sqrt{3}$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition	
Ex : 2	Propriété 4	
Ex : 3	Propriété 1	
Ex : 4	Propriété 2	
Ex : 5	Propriété 2	
Ex : 6	Propriété 2	
Ex : 7	Propriété 3	
Ex : 8		Exemple 1

3) Exercices pour la remédiation voir R7 page : 248

Corrections page : 247

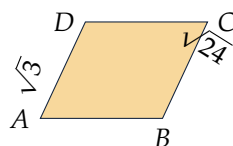
03

Approfondissement — Je recherche

Encadrement et démonstration

Exercice 20

On donne : $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ et $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.
 $ABCD$ est un quadrilatère de périmètre 32 cm.
 Donner un encadrement de AD .



Exercice 21

x est un nombre réel tel que : $3 < \frac{2x-1}{x} < 4$.
Donner un encadrement de x .

Exercice 22

a est un nombre réel tel que : $a \geq -\frac{1}{4}$
Montrer que : $-\frac{1}{7} \leq \frac{a}{a+2} \leq 1$.

Problèmes ouverts

Exercice 23

x est un nombre réel tel que $0 < x < \frac{1}{2}$.

- 1) Comparer : $\frac{x-1}{2x-1}$ et $\frac{2x+1}{x+1}$.
- 2) En déduire une comparaison de a et b :

$$a = \frac{1,00002}{1,00001} \quad \text{et} \quad b = \frac{0,99999}{0,99998}.$$

Exercice 24

ABC est un triangle rectangle en A .
Montrer que : $AB^4 + AC^4 < BC^4$.

Exercice 25

a, b, c et x sont des nombres réels positifs tels que : $a + b + c = 1$.

- 1) Montrer que : $\sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2}$.
- 2) En déduire que :

$$\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} + \sqrt{2c+1} \leq 4.$$

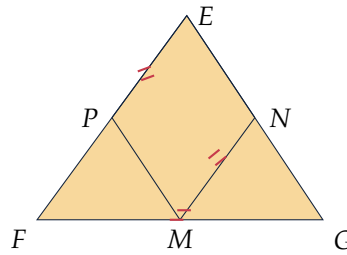
Exercice 26

EFG est un triangle.

Soit M, N et P les milieux respectifs de $[FG]$, $[EG]$ et $[EF]$.

Montrer que : $\frac{1}{2}p < EM + FN + GP < p$.

où p est le périmètre du triangle EFG .



S'initier à la démonstration

Exercice 27

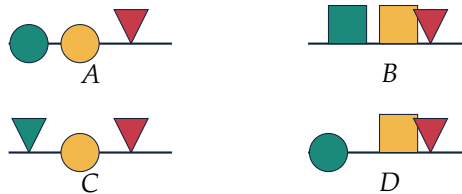
a et b sont deux nombres réels tels que :

$$a > 2 \quad \text{et} \quad b > 2$$

Démontrer que : $a + b < ab$

Exercice 28

Les trois plateaux A , B et C sont disposés selon leur poids, par ordre décroissant (A le plus lourd, C le plus léger) ; les boîtes de même forme présentent le même poids. Où faut-il logiquement placer le plateau D ?



Exercice 29

On considère l'expression A :

$$A = -\sqrt{(5-x)^2 + 20x} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$$

où $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Montrer que : $0 \leq A^2 \leq 16$.

Exercice 30

a et b sont deux nombres réels positifs tel que : $a \leq b$.

Montrer que : $\frac{a}{b+6} \leq \frac{b}{a+6}$.

Exercice 31

a et b sont deux nombres réels positifs non nuls.

Montrer que : $\frac{32b-a}{a} \geq \frac{14b-a}{2b}$.

Exercice 32

x est un nombre réel.

Montrer que : $-1 \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1$.

Exercice 33

1) Montrer que : $\frac{2n-1}{2n} < \sqrt{\frac{2n-1}{2n+1}}$ pour tout entier naturel non nul.

Exercice 34

2) Montrer que :

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{2017}{2018} \times \frac{2019}{2020} < \frac{1}{\sqrt{2021}}$$

04**Challenges****Exercice 39**

a et b sont deux réels positifs non nuls.

Montrer que : $\frac{a}{a^4 + b^2} + \frac{b}{a^2 + b^4} \leq \frac{1}{ab}$.

Exercice 40

a , b et c sont des réels positifs non nuls.

Montrer que : $\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \geq a + b + c$.

Exercice 41

a , b et c sont des réels positifs non nuls.

Montrer que : $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$.

Exercice 42

a et b sont deux réels tels que :

$$a > 1 \quad \text{et} \quad b > 1.$$

Montrer que : $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{a-1} \geq 8$.

Exercice 43

x et y sont des réels tels que :

$$1 \leq x^2 + y^2 - xy \leq 2.$$

Montrer que : $\frac{2}{9} \leq x^4 + y^4 \leq 8$.

05

Situations proposées aux olympiades

Exercice 1

Situation 1 : α et β sont les mesures de deux angles aigus tels que :

$$\sin \alpha + \sin \beta \geq \sqrt{3}.$$

Montrer que : $\cos \alpha + \cos \beta \leq 1$.

Exercice 2

Situation 2 : ABC est un triangle et M est le milieu de $[BC]$.

Montrer que : $AB + AC - BC < 2AM$.

06

Je me prépare à l'examen local

Exercice 44 — Exercice résolu

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$3 \leq a - 2 \leq 4 \quad \text{et} \quad 2 \leq b \leq 3$$

1) Donner l'encadrement de chacun des nombres suivants : $a + 1$ et $b - 3$.

2) On pose : $E = ab - 3a + b$.

a. Vérifier que : $E = (a + 1)(b - 3) + 3$

b. Montrer que : $-4 \leq E \leq 3$.

Correction : 44

1) *Encadrement de $a + 1$:*

On a : $3 \leq a - 2 \leq 4$

$$3 + 3 \leq a - 2 + 3 \leq 4 + 3$$

Donc : $6 \leq a + 1 \leq 7$.

Encadrement de $b - 3$:

On a : $2 \leq b \leq 3$

$$2 - 3 \leq b - 3 \leq 3 - 3$$

Donc : $-1 \leq b - 3 \leq 0$.

a. *Vérification :*

On a : $(a + 1)(b - 3) + 3 = ab - 3a + b - 3 + 3$

$$= ab - 3a + b$$

Or : $E = ab - 3a + b$, alors :

$$E = (a + 1)(b - 3) + 3.$$

b. *Montrons que : $-4 \leq E \leq 3$.*

On a : $-1 \leq b - 3 \leq 0$

$$0 \leq -(b - 3) \leq 1$$

Et $6 \leq (a + 1) \leq 7$

$$\text{Donc : } 0 \leq -(b-3)(a+1) \leq 7$$

$$-7 \leq (a+1)(b-3) \leq 0$$

$$-7+3 \leq (a+1)(b-3)+3 \leq 0+3$$

$$\text{Donc : } -4 \leq E \leq 3.$$

Exercice 45

1) Ranger dans l'ordre croissant les nombres :

$$2 + \sqrt{3}, \quad -1, \quad \sqrt{5} \quad \text{et} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

2) a et b sont deux nombres réels tels que

$$-5 \leq a \leq -3 \quad \text{et} \quad 3 \leq b \leq 7.$$

a. Donner un encadrement de $a-b$ et ab .

b. Donner l'encadrement de $\frac{1}{a+7} - \frac{1}{b}$.

Exercice 46

a , b et c sont des nombres réels tels que :

$$3 \leq a \leq 4 \quad \text{et} \quad -5 \leq b \leq -2 \quad \text{et} \quad -1 \leq \frac{1-2c}{4} \leq 2$$

1) Montrer que : $-\frac{7}{2} \leq c \leq \frac{5}{2}$.

2) Donner un encadrement de chacun des nombres suivants :

$$2c - b + 3a, \quad a^2 + b^2 \quad \text{et} \quad \frac{b+6}{a}.$$

Exercice 47

1) a , b et c sont des nombres réels tels que :

$$\frac{2}{3} \leq a \leq 1 \quad ; \quad 3 \leq b \leq 4 \quad \text{et} \quad 3 \leq \sqrt{c+2} \leq 4$$

Donner l'encadrement de chacun des nombres suivants : $a+b$, $2ab-3$ et c .

2) x est un réel positif.

Comparer : $4+x$ et $4\sqrt{x}$.

Exercice 48

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$-2 \leq a \leq -1 \quad \text{et} \quad 3 \leq b \leq 4$$

1) Donner l'encadrement de $2a-3b+1$.

2) En déduire une comparaison des nombres :

$$a+4b-2 \quad \text{et} \quad 3a+b-1$$

Exercice 491) Comparer : $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ et $1 + \sqrt{6}$ 2) x et y sont deux réels tels que :

$$2 \leq x \leq 3 \quad \text{et} \quad -4 \leq y \leq -3.$$

Donner l'encadrement de chacun des nombres suivants :

$$x + y ; \quad x - y ; \quad y^2 ; \quad \text{et} \quad 2x - 3y.$$

Exercice 50 a et un nombre réel tel que :

$$-5 \leq a \leq -4$$

On pose : $E = a^2 - 6a + 5$ 1) Vérifier que : $E = (a - 3)^2 - 4$.2) Montrer que : $9 \leq \frac{E}{5} \leq 12$.**Exercice 51** a et b sont deux réels tels que:

$$-1 \leq a \leq 4 \quad \text{et} \quad 2 \leq b \leq 3$$

1) Donner l'encadrement de $a + 2$ et $a - 3b$.2) En déduire l'écriture simplifiée de A et B :

$$A = \sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} \quad \text{et} \quad B = \sqrt{(a - 2)^2 + 8a}.$$

3) Montrer que : $\frac{1}{10} \leq \frac{B}{A} \leq 3$.**Exercice 52**On donne : $E = \sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}$ et $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.Donner un encadrement de E .**Exercice 53**Soit x , y et z des nombres réels tels que :

$$1 \leq x \leq 2 ; \quad -2 \leq y \leq 1 \quad \text{et} \quad -\frac{3}{2} \leq -2z + \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2}$$

1) Donner l'encadrement de chacun des nombres :

$$x - y ; \quad y^2 \quad \text{et} \quad xy.$$

2)a. Montrer que : $-1 \leq z \leq 1$.

b. En déduire l'encadrement de chacun des nombres :

$$2x + z \quad \text{et} \quad \frac{1}{2x + z}.$$

Exercice 54

a et b sont deux nombres réels tels que :

$$-a + 7b - 11 = 0 \quad \text{et} \quad -4 \leq a \leq 3.$$

Démontrer que :

$$\sqrt{(a+4)^2 + (b-1)^2} + \sqrt{(a-3)^2 + (b-2)^2} = 5\sqrt{2}$$

Exercice 55

x et y sont des réels tels que :

$$1,15 \leq x \leq 1,16.$$

$$2,32 \leq y \leq 2,33$$

1) Donner un encadrement de chacun des nombres :

$$a = 5x - 7y + 4$$

$$b = 7x - 5y - 4$$

2) Comparer les nombres a et b .

Exercice 56

soit x et y des réels tels que :

$$1 \leq \sqrt{2x+3} \leq 2.$$

$$-2 \leq 4 - 3y \leq 1$$

1) Montrer que :

$$-1 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad 1 \leq y \leq 2.$$

2)a. Montrer que :

$$-2 \leq xy \leq 1.$$

b. En déduire que :

$$-3 \leq 2xy + 1 \leq 3.$$

Exercice 57

soit x un nombre réel tel que :

$$-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

On pose : $A = 2x^2 - 4x + 5$.

1) Donner un encadrement de A .

2)a. Vérifier que :

$$A = 2(x-1)^2 + 3 \quad \text{pour tout réel } x.$$

b. Donner un autre encadrement de A .