

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités géométriques

12

Translation et vecteurs

Reconnaître l'image d'un point et d'une figure par une translation, puis utiliser l'égalité de deux vecteurs, la somme vectorielle et la relation de Chasles.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Construire en utilisant une égalité vectorielle

Exemple 1 — Construire en utilisant une égalité vectorielle

ABC est un triangle.

- 1) Construire le point N image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
- 2) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{BM} = -\frac{9}{4}\overrightarrow{BC}$.

1) Construction du point N :

On sait que N est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Donc : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$

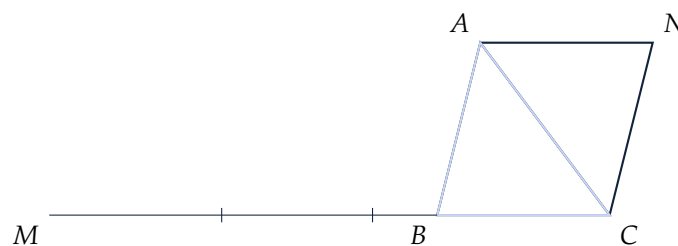
D'où $ANCB$ est un parallélogramme.

2) Construction du point M :

On a : $\overrightarrow{BM} = -\frac{9}{4}\overrightarrow{BC}$

Donc :

- M est un point de (BC) car $(BM) \parallel (BC)$,
- Le sens de $\overrightarrow{BM}$ est l'opposé de celui de $\overrightarrow{BC}$,
- $BM = \frac{9}{4}BC$.



2. Démontrer en utilisant la relation de Chasles

Exemple 2 — Démontrer en utilisant la relation de Chasles

ABC est un triangle.

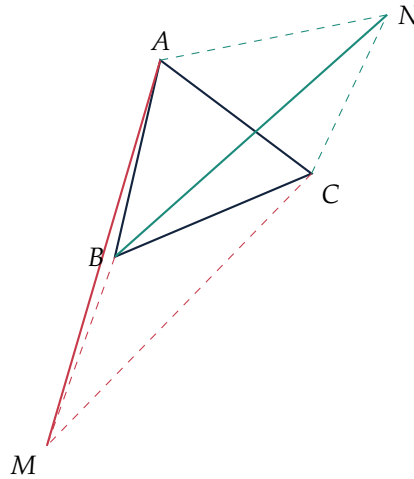
- 1) Construire les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
- 2) Démontrer que C est le milieu de $[MN]$.

1) • Construction du point M :

On a : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$,
 alors $ABMC$ est un parallélogramme.

• **Construction du point N :**

On a : $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$;
 alors $BANC$ est un parallélogramme.



3. Montrer un alignement

Exemple 3 — Montrer un alignement

Soit un parallélogramme $ABCD$, M le milieu de $[AB]$ et N le point du segment $[DM]$ tel que :
 $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MD}$.

Montrer que les points C , A et N sont alignés.

Pour montrer que les points A , N et C sont alignés, on doit chercher une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}$.

On sait que $ABCD$ est un parallélogramme ; alors : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Or $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$ (car M est le milieu de $[AB]$),

alors : $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MD})$

Donc : $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MD}$

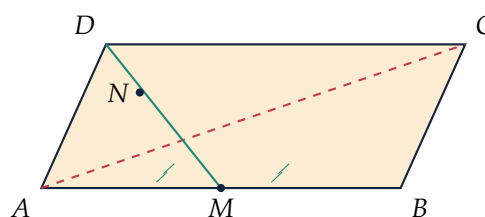
Or $\overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MN}$ car $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MD}$ (par hypothèse)

Il en résulte que : $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN})$

$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AN}$

Donc les points C , A et N sont alignés.



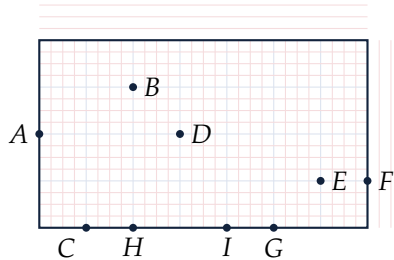
02

Investissement — Je m'entraîne

Construction

Exercice 2

- 1) Construire les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{BH}$, $\overrightarrow{EF}$.
- 2) Compléter le tableau ci-dessous en mettant une croix lorsque les conditions sont vérifiées.



	même direction	même sens	même longueur	égaux	opposés
AB et DE					
CE et GF					
CD et ED					
IG et FE					
CH et CG					

Exercice 3

Soit EFG un triangle.

- 1) Construire le point H tel que : $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}$.
- 2) Construire le point I tel que : $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$.

Exercice 4

Soit EFG un triangle.

- 1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{FG}$.
- 2) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{FN} = -3\overrightarrow{EF}$.
- 3) Construire le point P tel que : $\overrightarrow{GP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$.

Exercice 5

Soit EFG un triangle.

- 1) Construire le point A tel que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FG}$.
- 2) Construire le point B tel que $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EG}$.
- 3) Construire le point C tel que $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{FG}$.

Exercice 6

$ABCD$ est un parallélogramme.

Construire les points E , F et G tels que :

$$\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{DF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}; \quad \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{BA}$$

Exercice 7

A et B sont deux points distincts.

Construire le point M tel que : $-4\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Translation / Construction
Exercice 8

EFG est un triangle.

1) Construire les points A et B tels que : $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EB} = -2\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$

2) Montrer que : $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{FE}$.

3) En déduire que G est le milieu de $[AB]$.

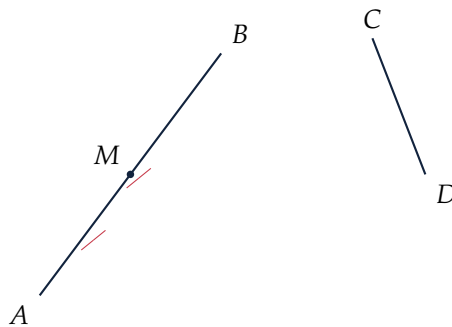
Exercice 9

$[AB]$ est un segment et $\overrightarrow{CD}$ un vecteur.

1) Construire les points E , N et F images respectives de A , M et B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.

2) Démontrer que N est le milieu de $[EF]$.

3) Conclure.


Exercice 10

1) Construire l'image d'un rectangle $EFGH$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{FH}$.

2) Construire le point N image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$.

3) Construire le point P image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{EH}$.

Exercice 11

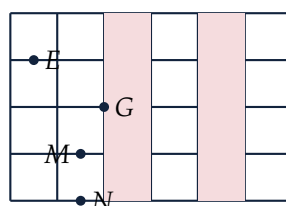
1) Quels sont les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{MN}$?

2) Quelle est l'image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{HD}$?

3) Quelle est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AH}$?

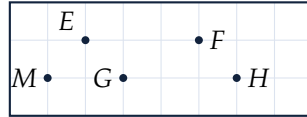
4) Quel point a pour image I par la translation de vecteur $\overrightarrow{ED}$?

5) Quel point a pour image M par la translation de vecteur $\overrightarrow{DP}$?



Exercice 12

- 1) Construire le point M image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FG}$.
- 2) Construire le point A tel que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FG}$.
- 3) Construire le point B tel que $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EG}$.
- 4) Construire le point C tel que $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{FG}$.



Exercice 13

Soit (C) un cercle de centre O , de rayon 4 cm et E un point de (C) .
 Construire l'image de (C) par la translation de vecteur $\overrightarrow{OE}$.

Exercice 14

Soit $EFGH$ un parallélogramme.

- 1) Construire le point M image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$.
- 2) Construire le point N image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FH}$.
- 3) Montrer que les points M , N , G et H sont alignés.

Exercice 15

Soit EFG un triangle, M le milieu de $[EF]$ et N un point de $[MG]$.
 C est l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{EM}$.

- 1) Construire les points A et B images de N et G par la translation de vecteur $\overrightarrow{EM}$.
- 2) Montrer que les points F , A et B sont alignés.

Exercice 16

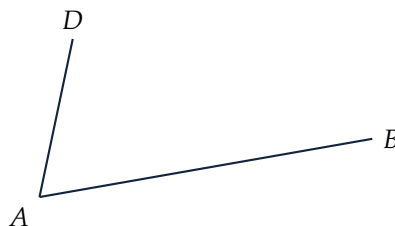
On considère un triangle EFG rectangle en G .

Soit A , B et C les milieux respectifs des segments $[EG]$, $[GF]$ et $[FE]$.

- 1) Construire les points N et P images respectives de F et G par la translation de vecteur $\overrightarrow{EA}$.
- 2) Montrer que les points A , B et N sont alignés.
- 3) Montrer que B est l'image de C par cette translation.

Exercice 17

$ABCD$ est un parallélogramme.



Sans construire le point C , construire le point E image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis construire le point F image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
 C est l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

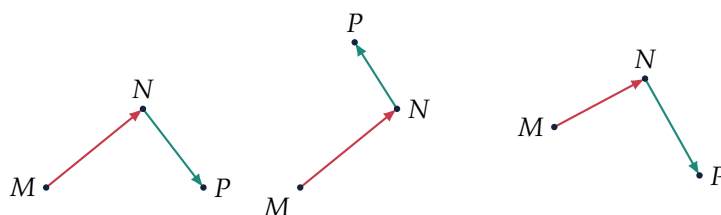
Mon bilan

Exercice 1

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1) Deux vecteurs ne sont pas égaux car ils sont de sens contraires lesquels ?	$\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{EA}$	$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CE}$
2) $EFGH$ est un parallélogramme. Indiquer laquelle de ces trois égalités vectorielles est fausse	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$	$\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$
3) P est l'image de R par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$. Alors ...	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{RP}$	$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{FR}$
4) O est le milieu de $[UV]$. Alors ...	$\overrightarrow{OU} = \overrightarrow{OV}$	$\overrightarrow{UO} = \overrightarrow{OV}$	$\overrightarrow{UO} = \overrightarrow{VO}$
5) $ABCD$ est un parallélogramme. Donc : ...	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
6) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}$ est égal à ...	figure 1	figure 2	figure 3

Les trois figures proposés pour la question 6) :



2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

Savoir	Pratique
Ex. 1	Exemple 1
Ex. 2	Exemple 2
Ex. 3	Exemple 1
Ex. 4	Exemple 1
Ex. 5	Exemple 3
Ex. 6	Exemple 3

3) Exercices pour la remédiation voir $R12$ page : 249.

Corrections page : 247

03

Approfondissement — Je recherche

Translation

Exercice 18

Soit ABC un triangle et D le milieu de $[BC]$.

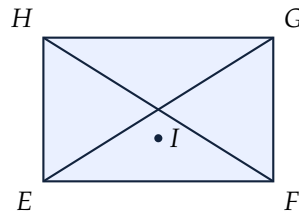
- 1) Construire les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$.
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CF}$.
- 3) Quelle est l'image de la droite (CB) par la translation t de vecteur $\overrightarrow{AD}$?
- 4) La droite (AD) coupe la droite (EF) en G . Montrer que G est l'image de D par cette translation.

Exercice 19

$EFGH$ est un losange de centre I .

Soit t la translation qui transforme F en H .

- 1) Construire l'image du cercle (C) de centre F qui passe par I par la translation t .
- 2) Construire J et K les images de I et G respectivement par la translation t .
- 3) Montrer que HJK est un triangle rectangle.
- 4) Montrer que (EH) est l'image de la droite (FG) par la translation t .



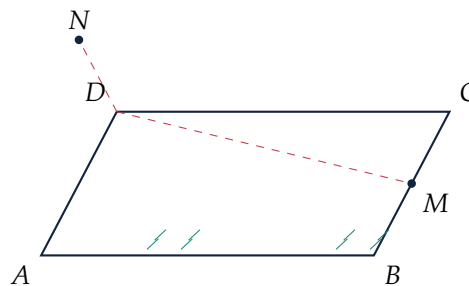
Relation de Chasles

Exercice 20

$ABCD$ est un parallélogramme.

Soit M le milieu de $[BC]$.

- 1) Construire le point N image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{CM}$.
- 2) Montrer que les points A , D et N sont alignés.



Exercice 21

ABC est un triangle.

Soit M le milieu de $[BC]$ et G le point tel que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Montrer que les points G , M et A sont alignés.

Exercice 22

ABC est un triangle. E est le milieu de $[AB]$.

Soit F l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

La droite (EF) coupe (BC) en M .

Montrer que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.

Exercice 23

En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités :

- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \dots$
- 2) $\overrightarrow{B\dots} + \overrightarrow{O\dots} = \overrightarrow{BN}$
- 3) $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{NM} = \dots$
- 4) $\overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{B\dots} = \dots \overrightarrow{D}$
- 5) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE} = \dots$
- 6) $\overrightarrow{E\dots} + \overrightarrow{H\dots} + \overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{EN}$
- 7) $\overrightarrow{EU} + \overrightarrow{UL} + \overrightarrow{LN} = \dots$
- 8) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BM}$

Exercice 24

Dans chaque cas, exprimer le plus simplement possible les sommes de vecteurs :

- 1) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{HF} - \overrightarrow{EH}$
- 2) $4\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{BC}$
- 3) $\overrightarrow{EM} - \overrightarrow{FM} + \overrightarrow{FE}$
- 4) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG} - \overrightarrow{FH} - \overrightarrow{HG}$
- 5) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$
- 6) $2\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FH} - 3\overrightarrow{EH}$

Exercice 25

A, B, C et D sont quatre points du plan distincts deux à deux.

Parmi les égalités suivantes, lesquelles signifient que $ABCD$ est un parallélogramme ?

- 1) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA}$
- 2) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC}$
- 3) $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$
- 4) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
- 5) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
- 6) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

Exercice 26

Montrer que les points F et H sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HG}.$$

Exercice 27

Soit E, F, G et H quatre points du plan.

Montrer que : $3\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FH} - 2\overrightarrow{HG} = 3\overrightarrow{FE} + 2\overrightarrow{GF}$.

Exercice 28

Soit EFG un triangle.

M et N sont respectivement les milieux de $[EF]$ et $[EG]$.

- 1) Montrer que : $\overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$.
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FG}$.

Problèmes ouverts

Exercice 29

A et B sont deux points distincts et M le milieu de $[AB]$.

C et D sont deux points tels que : $\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$.

Montrer que D est l'image de M par la translation de vecteur $3\overrightarrow{MC}$.

Exercice 30

A et B sont deux points distincts.

Parmi les égalités suivantes, lesquelles signifient que le point M est le milieu de $[BA]$?

- 1) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$ 2) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$
 3) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ 4) $AB = 2BM$
 5) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ 6) $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BM}$

Exercice 31

A , B , C et D sont quatre points du plan tels que :

$$5\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AD}.$$

Montrer que les points B , C et D sont alignés.

Exercice 32

A , B , C et D sont quatre points du plan tels que :

$$2\overrightarrow{BC} - 9\overrightarrow{AC} - 7\overrightarrow{DA} = \vec{0}$$

Montrer que : $(AB) \parallel (DC)$.

Exercice 33

On considère un triangle EFG . M et N sont deux points définis par :

$$\overrightarrow{EM} = 3\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GF} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{FN} = 2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GE} - 2\overrightarrow{FG}$$

Montrer que les points M et N sont confondus.

Challenges**Exercice 34**

Soit ABC un triangle et M le milieu de $[AB]$.

- 1) Construire les points E et F définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CF} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$
 2) a. Exprimer $\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{MF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 b. En déduire que les points M , E et F sont alignés.

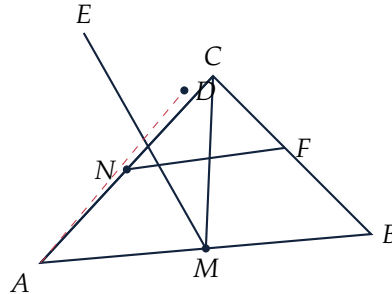
Exercice 35**Avec TICE**

Sur la figure ci-contre,

- M et N sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$.

- $AMCE$ et $ABNF$ sont des parallélogrammes.
- D est le milieu de $[EF]$.

- 1) Construire la figure en utilisant l'outil de Geogebra puis conjecturer la position relative des droites (AD) et (BC) .
- 2) Montrer que : $(AD) \parallel (BC)$.



Exercice 36

Soit ABC un triangle.

On définit les points D , E et F par :

$$\overrightarrow{AD} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} ; \quad \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC} ; \quad \overrightarrow{BF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

Montrer que les points D , E et F sont alignés.

Exercice 37

ABC est un triangle. E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Montrer que les points A , D et E sont alignés.

Situations proposées aux olympiades

Exercice 1

ABC est un triangle. M , N et P sont les points définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} ; \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC} ; \quad \overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AC}$$

où x est un réel.

Déterminer x pour que M , N et P soient alignés.

04

Je me prépare à l'examen local

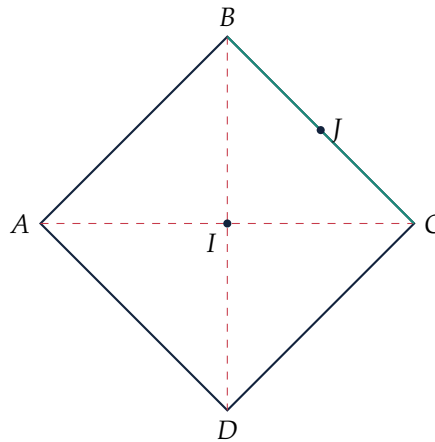
Exercice résolu 37 — Losange et translation

$ABCD$ est un losange de centre I .

Soit t la translation qui transforme A en B .

- 1) a. Montrer que C est l'image de D par la translation t .
b. Construire J l'image de I par la translation t .
- 2) a. Déterminer l'image de l'angle $\widehat{AID}$ par la translation t .

- b. En déduire que le triangle BJC est rectangle.
- 3) Soit K le point tel que $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.
- a. Montrer que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{DC}$.
- b. En déduire que K est l'image de B par la translation t .



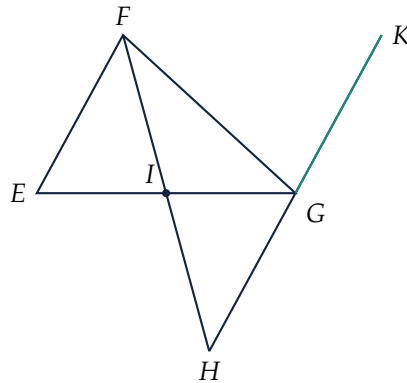
Correction : 37

- 1) a. On sait que $ABCD$ est un losange, donc : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$
D'où C est l'image de D par la translation t .
- b. **Construction de J**
 J est l'image de I par la translation t , donc : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB}$
D'où $ABJI$ est un parallélogramme.
- 2) a. Par la translation t ,
on a B est l'image de A
et J est l'image de I
et C est l'image de D
D'où $\widehat{BJC}$ est l'image de l'angle $\widehat{AID}$.
- b. On sait que $\widehat{BJC}$ est l'image de l'angle $\widehat{AID}$ par la translation t .
Et la translation conserve les mesures des angles.
Donc : $\widehat{BJC} = \widehat{AID}$.
Or : $\widehat{AID} = 90^\circ$ (car I est centre du losange $ABCD$),
alors : $\widehat{BJC} = 90^\circ$.
Par conséquent BJC est un triangle rectangle en J .
- 3) a. On a : $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$
 $-\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DC}$
 $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DC}$
Donc : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{DC}$
- b. On a : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$,
donc : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB}$.
D'où K est l'image de B par la translation t .

Exercice résolu 38 — Milieu et cercle image

- EFG est un triangle, I est le milieu de $[EG]$ et H le symétrique de F par rapport au point I .
Soit t la translation qui transforme E en F .
- 1) a. Construire le point K image de G par la translation t .
- b. Montrer que G est l'image de H par la translation t .
- c. En déduire que G est le milieu du segment $[HK]$.

- 2) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de diamètre $[HK]$.
Déterminer l'image du cercle $(\mathcal{C})$ par la translation t .



Correction : 38

1) a. Construction de K .

K est l'image de G par la translation t .

D'où : $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{EF}$

b. H est le symétrique de F par rapport à I .

D'où I est le milieu de $[HF]$.

Et comme I est aussi le milieu $[EG]$, alors $HGFE$ est un parallélogramme.

Il en résulte que $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$

Donc, G est l'image de H par la translation t .

c. On a : $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{EF}$ (d'après les données)

et : $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$ (d'après la question précédente)

D'où : $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{GK}$.

Donc G est le milieu de $[HK]$.

2) On sait que $[HK]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$.

et G est le centre de $(\mathcal{C})$.

En outre K est l'image de G par la translation t .

Donc le cercle de centre K et de rayon $\frac{HK}{2}$ est l'image du cercle $(\mathcal{C})$ par la translation t .

Exercice 39

$ABCD$ est un rectangle de centre I .

Soit I' et C' les translatés respectifs de I et C par la translation t de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) a. Faire une figure.

b. Déterminer l'image de A par la translation t .

2) Montrer que les points B , I' et C' sont alignés.

Exercice 40

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$AB = 2 \quad \text{et} \quad BC = 4.$$

I est le milieu de $[BC]$.

t est la translation qui transforme A en I .

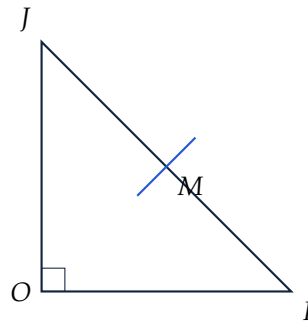
1) Construire le point D image de B par la translation t .

2) Montrer que BDI est un triangle équilatéral.

Exercice 41

Soit OIJ un triangle rectangle isocèle en O et M le milieu de $[IJ]$.

- 1) Construire le point B tel que $\vec{JB} = \vec{OM}$.
- 2) On considère la translation t de vecteur $\vec{OM}$.
 - a. Construire A image de I par la translation t .
 - b. Déterminer l'image de J par la translation t .
 - c. En déduire que MAB est un triangle rectangle isocèle.



Exercice 42

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

- 1) Construire les points M et P tels que : $\vec{CM} = \vec{OB}$ et $\vec{OP} = \vec{BC}$.
- 2) On considère la translation t qui transforme O en C .
 - a. Déterminer l'image de B par la translation t .
 - b. Montrer que l'image de D par la translation t est P .
- 3) Montrer que les points P , C et M sont alignés.

Exercice 43

On considère un triangle ABA' et le point C tel que :

$$\frac{1}{4}\vec{AB} + \vec{CA'} = \vec{AA'}$$

- 1) Montrer que : $\vec{AC} = \frac{1}{4}\vec{AB}$.
Que peut-on dire des points A , B et C ?
- 2) B' et C' sont respectivement les images de B et C par la translation qui transforme A en A' .
Montrer que les points A' , B' et C' sont alignés.

Exercice 44

Soit $ABCD$ un trapèze tel que : $\vec{DC} = 2\vec{AB}$.

M le milieu de $[DC]$ et t la translation qui transforme D en M .

- 1) a. Construire le point E image de B par la translation t .
- b. Déterminer l'image de A et l'image de M par la translation t .
- 2) a. Quelle est l'image de $[DB]$ par la translation t .
- b. Montrer que le quadrilatère $AECD$ est un parallélogramme.

Exercice 45

I et J sont deux points du plan tels que : $IJ = 4$ cm.

Les cercles $\mathcal{C}(I;5)$ et $\mathcal{C}(J;5)$ se coupent en A et B .

- 1) Faire une figure.
- 2) a. Montrer que (AB) est la médiatrice de $[IJ]$.
b. Déterminer l'image de $\mathcal{C}(I;5)$ par la translation de vecteur $\vec{IJ}$.
- 3) Soit A' l'image de A par la translation de vecteur $\vec{IJ}$.
Montrer que $[A'B]$ est un diamètre du cercle image de $(\mathcal{C})$ par la translation t .

Exercice 46

On considère un triangle ABC et la translation t de vecteur $2\vec{AB}$.
 M et M' sont deux points du plan tels que :

$$\vec{MA} + \vec{BM'} = \vec{AB}$$

Montrer que M' est l'image de M par la translation t .

Exercice 47

Soit ABC un triangle.
 M et N sont deux points tels que :

$$\vec{AM} = \frac{5}{2}\vec{AC} - \frac{3}{2}\vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{CN} = -2\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BA}$$

- 1) Calculer $\vec{BM}$ et $\vec{BN}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
- 2) En déduire que B est le milieu de $[MN]$.