

3 APIC ■ Semestre 1 ■ Activités géométriques

06

Trigonométrie

Définir le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle et utiliser la calculatrice pour en calculer les valeurs.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Les rapports trigonométriques des angles 60° , 30° et 45° Exemple 1 — Les rapports trigonométriques des angles 60° , 30° et 45°

1) ABC est un triangle équilatéral tel que : $AB = a$ ($a > 0$)

Soit H la projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) .

a. Montrer que : $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

b. En déduire que $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

c. Calculer : $\cos 30^\circ$, $\sin 30^\circ$ et $\tan 30^\circ$.

2) ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que : $AB = a$ ($a > 0$)

a. Montrer que : $BC = \sqrt{2}a$.

b. Calculer : $\cos 45^\circ$, $\sin 45^\circ$ et $\tan 45^\circ$.

1) a. Montrons que $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

- ABC est un triangle équilatéral et H est le projeté orthogonal de A sur (BC) alors H est le milieu de $[BC]$ donc : $BH = \frac{1}{2}a$.
- ABH est un triangle rectangle en H , alors d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 = BH^2 + AH^2, \quad \text{donc :} \quad AH^2 = AB^2 - BH^2 = a^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$\text{donc : } AH^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2. \text{ D'où : } AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

b. Dans le triangle rectangle ABH , on a : $\cos \widehat{BAH} = \frac{BH}{BA}$ et $\sin \widehat{BAH} = \frac{AH}{BA}$

c'est-à-dire $\cos 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}a}{a}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{a}$, donc : $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

On a : $\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$. D'où : $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et

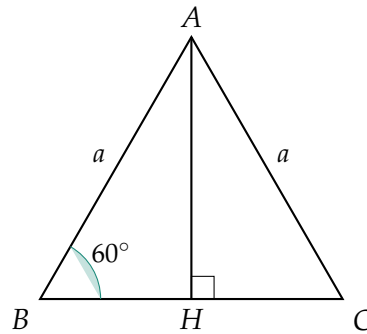
$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

c. Calculons : $\cos 30^\circ$, $\sin 30^\circ$ et $\tan 30^\circ$

On a : $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ (30° et 60° sont deux angles complémentaires), donc

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ \quad \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\tan 60^\circ}$$

D'où : $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ et $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



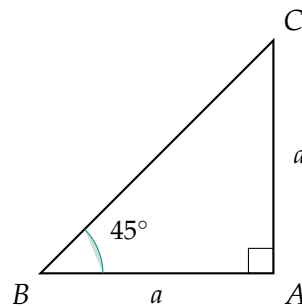
2) a. Montrons que : $BC = \sqrt{2}a$

ABC est un triangle rectangle isocèle en A , alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = (\sqrt{2}a)^2. \quad \text{Donc : } BC = \sqrt{2}a.$$

b. On a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC} = \frac{a}{\sqrt{2}a}$, $\sin \widehat{ABC} = \frac{CA}{BC} = \frac{a}{\sqrt{2}a}$ et $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a}$

c'est-à-dire : $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\tan 45^\circ = 1$.



2. Calculer une longueur en utilisant un rapport trigonométrique

Exemple 2 — Calculer une longueur en utilisant un rapport trigonométrique

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 8$ et $AC = 4$.

M est le milieu de $[AC]$, H est le projeté orthogonal de M sur (BC) . Calculer MH .

On constate que $[MH]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$ dans le triangle CMH et CM est la « moitié » de $[AC]$.

Ce qui nous amène à déterminer le sinus de $\widehat{ACB}$.

ABC est un triangle rectangle en A , donc d'après le théorème de Pythagore,

on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80$.

D'où : $BC = \sqrt{80}$, c'est-à-dire : $BC = 4\sqrt{5}$

D'autre part : $MC = \frac{AC}{2}$ car M est le milieu de $[AC]$: $MC = \frac{4}{2}$; donc : $MC = 2$

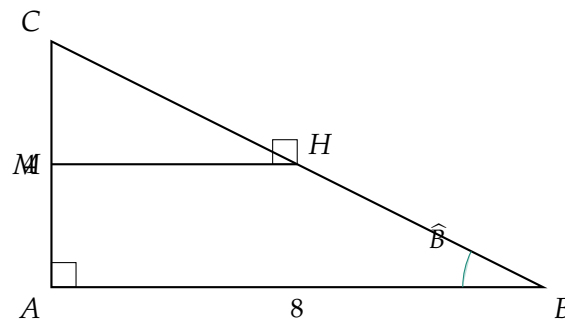
Dans le triangle ABC rectangle en A , on a : $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$

D'où : $\sin \widehat{ACB} = \frac{8}{4\sqrt{5}}$ soit $\sin \widehat{ACB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Dans le triangle CMH rectangle en H , on a : $\sin \widehat{MCH} = \frac{MH}{MC}$

Or $\sin \widehat{MCH} = \sin \widehat{ACB}$ (car $\widehat{MCH} = \widehat{ACB}$) alors : $\frac{MH}{MC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Ainsi : $MH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ (car $MC = 2$).



3. Calculer la hauteur d'une échelle

Exemple 3 — Calculer la hauteur d'une échelle

Une échelle de 5,60 m de longueur est représentée par $[EC]$, comme indiquer ci-contre.

1) Donner une valeur approchée au degré près de la mesure α de l'angle qu'elle fait avec le sol.

2) Calculer une valeur approchée au dixième près de la hauteur du mur, en m.

1) Donnons une valeur approchée au degré près de la mesure α .

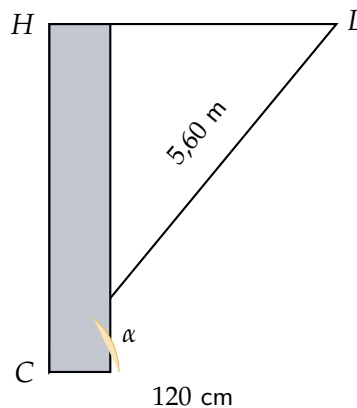
On a : $\cos \alpha = \frac{CH}{CL} = \frac{1,20}{5,60} = \frac{1,20}{5,60} = 0,65 = \frac{8}{4,95} = \frac{8}{33}$

donc : $\alpha = \cos^{-1} \frac{8}{33}$ et $\alpha \simeq 76^\circ$

2) Calculons une valeur approchée de la hauteur LH .

On a : $\sin \alpha = \frac{LH}{CL}$ donc $LH = CL \times \sin \alpha$

$LH \simeq 4,96 \times \sin 76^\circ$, d'où : $LH \simeq 4,9 \times 0,97$, donc : $LH \simeq 4,9$ m.



02

Investissement — Je m'entraîne

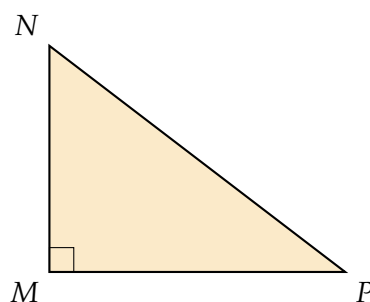
Pour réviser son cours

Exercice 1

MNP est un triangle rectangle en M .

Recopier et compléter :

$$\sin \dots = \frac{\dots}{NP} ; \quad \cos \widehat{MPN} = \frac{\dots}{\dots} ; \quad \tan \dots = \frac{MP}{\dots} ; \quad \widehat{NPM} = \frac{MN}{NP}.$$

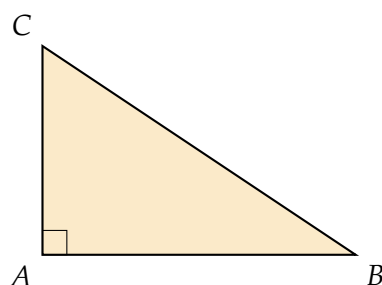


Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A .

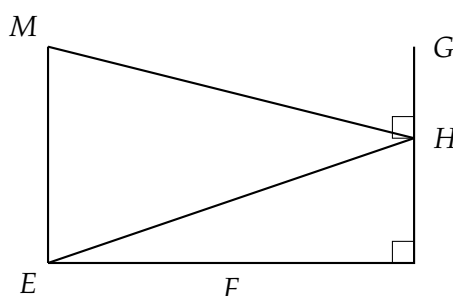
Recopier et compléter :

$$AB = BC \times \dots \quad AC = BC \times \dots \quad AB = \dots \times \tan \hat{C} \quad AB = \frac{AC}{\dots}$$



Exercice 3

Sur la figure ci-contre, écrire quatre rapports égaux à $\sin \widehat{HEM}$.



Exercice 4

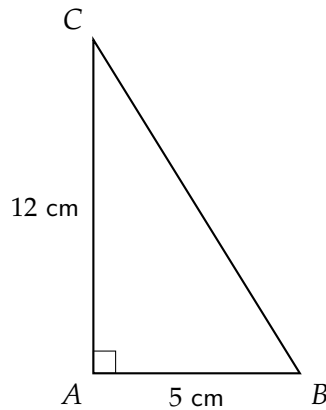
ABC est un triangle tel que :

$AC = 12 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 13 \text{ cm}$

1) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A .

2) Calculer les rapports trigonométriques de $\widehat{ABC}$.

3) En déduire $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.


Exercice 5

Recopier et compléter :

$$\cos 30^\circ = \sin \dots ; \quad \sin 47^\circ = \cos \dots$$

$$\tan 52^\circ = \frac{1}{\dots 38^\circ} ; \quad \cos 80^\circ \times \dots = \sin 10^\circ$$

$$\tan 25^\circ \times \tan \dots = 1.$$

Exercice 6

Simplifier :

$$a = \cos 35^\circ \times \sin 55^\circ - \frac{1}{\tan 42^\circ} + \cos 55^\circ + \tan 48^\circ$$

$$b = (\sin 40^\circ - \cos 50^\circ)^2 + 2 \cos 40^\circ \times \sin 50^\circ$$

$$c = 2 \tan^2 60^\circ + 4 \tan 45^\circ - \frac{1}{\cos^2 30^\circ} + \frac{1}{\cos^2 60^\circ}$$

$$d = \frac{1}{\tan^2 54^\circ + 1} - \frac{\tan^2 36^\circ}{\tan^2 36^\circ + 1}$$

Exercice 7

Simplifier :

$$a = \cos 40^\circ - 3 \sin 70^\circ - \sin 50^\circ + 3 \cos 20^\circ$$

$$b = \sqrt{3} \cos 36^\circ - \sqrt{3} \tan 66^\circ \times \tan 24^\circ + \frac{11\sqrt{2}}{2} \cos^2 54^\circ$$

Exercice 8

x est un angle aigu non nul tel que : $\tan^2 x = \frac{5}{6}$

Calculer : 1) $6 \sin^2 x + 5 \cos^2 x$ 2) $\frac{6 \sin^2 x + 5 \cos^2 x}{6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}$

Exercice 9

a est la mesure d'un angle aigu.

- 1) Calculer $\cos a$ et $\tan a$ sachant que : $\sin a = \frac{4}{5}$.
- 2) Calculer $\sin a$ et $\tan a$ sachant que : $4 \cos a - \sqrt{3} = 0$
- 3) Calculer $\cos a$ et $\sin a$ sachant que : $3 \cos a - \sin a = 0$

Exercice 10

Sans calculer x , construire un angle aigu de mesure x dans chaque cas :

- 1) $\sin x = \frac{3}{5}$; 2) $\cos x = \frac{2}{9}$; 3) $\tan x = \frac{11}{6}$.

Exercice 11

x est la mesure d'un angle aigu. Montrer que :

- 1) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$.
- 2) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \times \sin^2 x$.
- 3) $\frac{2 \cos^2 x - \cos x}{\sin x - 2 \sin^2 x} = \frac{1}{\tan x}$.

Exercice 12

Simplifier :

$$E = 2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 2$$

$$F = \frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x} - \frac{2}{\cos^2 x}$$

$$G = \cos^4 x - \cos^2 x + \sin^2 x - \sin^4 x$$

$$H = \cos x \sin x (1 + \tan x) \left(1 + \frac{1}{\tan x} \right)$$

Exercice 13

a est la mesure d'un angle aigu.

Simplifier : $D = \frac{\sin^2 a - 1 + \cos^2 a}{\cos^2 a - 1 + \sin^2 a}$

Exercice 14

a et b sont les mesures de deux angles aigus complémentaires. Montrer que :

- 1) $1 - 2 \sin^2 a + \sin a \cos b = \cos a \sin b$.
- 2) $5 \sin^2 a - \cos^2 a - \cos^2 b + 5 \sin^2 b = 4$.

Exercice 15

x est la mesure d'un angle aigu non nul.

- 1) Montrer que : $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$ et $\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$
- 2) Application :
Calculer $\cos x$ et $\sin x$ sachant que : $\tan x = \sqrt{2} + 2$.

Exercice 16

Calculer A :
 $A = \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ$.

Exercice 17

x est la mesure d'un angle aigu.
 Montrer que : $\cos^4 x + \sin^4 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1$.

Exercice 18

a et b sont les mesures de deux angles aigus.
 Montrer que :

$$\sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a = \frac{\tan^2 a - \tan^2 b}{(1 + \tan^2 a)(1 + \tan^2 b)}.$$

Exercice 19

α et β sont deux angles complémentaires tels que : $\tan \alpha = \sqrt{2} - 1$.
 Calculer $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$.

Exercice 20

x est la mesure d'un angle aigu tel que $\cos x \sin x = \frac{1}{2}$,
 calculer $\cos x$ et $\sin x$.

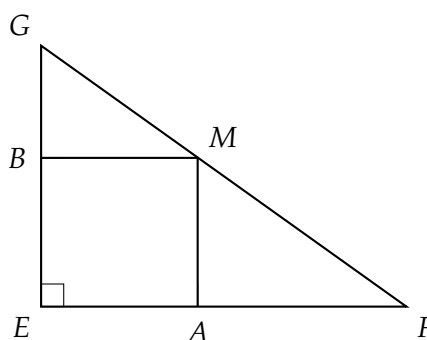
Exercice 21**Avec TICE**

EFG est un triangle rectangle en E .

Soit M un point de $[FG]$.

A et B sont les projetés orthogonaux de M respectivement sur (EF) et (EG) .

- 1) Conjecturer la valeur de $\frac{MA^2}{ME^2} + \frac{MB^2}{MG^2}$ en utilisant le logiciel *Geogebra*.
- 2) Montrer que : $\frac{MA^2}{ME^2} + \frac{MB^2}{MG^2} = 1$.

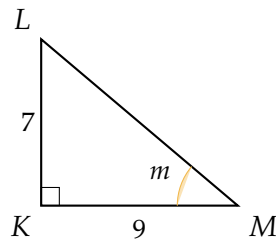


Mon bilan

Exercice 1

1) Indiquer la bonne réponse par *A*, *B* ou *C* :

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1) Dans un triangle <i>ROT</i> rectangle en <i>O</i> , $\sin \hat{R}$ est égal à ...	$\frac{OT}{RO}$	$\frac{RO}{OT}$	$\frac{TO}{TR}$
2) Dans un triangle <i>TAN</i> rectangle en <i>A</i> , $\sin \hat{T}$ est égal à ...	$\frac{AN}{AT}$	$\frac{TA}{TN}$	$\frac{AN}{TN}$
3) avec la calculatrice, l'arrondi au millième de $\tan 79^\circ$ est ...	5,144	5,145	0,496
4) avec les données de cette figure, l'arrondi au dixième près de la mesure de <i>m</i> est ...	53,1°	51,3°	38,7°
5) d'une mesure d'un angle aigu, si $\sin x = \cos 30^\circ$ alors ...	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 30^\circ$
6) Une seule de ces égalités est vraie, laquelle ?	$\tan 35^\circ \times \sin 35^\circ = \cos 35^\circ$	$\cos 25^\circ = 1 + (\sin 25^\circ)^2$	$\cos 72^\circ = \frac{\sin 72^\circ}{\tan 72^\circ}$
7) <i>x</i> une mesure d'un angle aigu si $\cos x = \frac{1}{2}$ alors ...	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sin x = 1$	$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$



2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

Savoir	Pratique
Ex. 1	Définition
Ex. 2	Définition
Ex. 3	Exemple 2
Ex. 4	Exemple 3
Ex. 5	Propriété 3
Ex. 6	Propriété 2
Ex. 7	Exemple 2

3) Exercices pour la remédiation voir *R6 page : 248*.

Corrections page : 247

03

Approfondissement — Je recherche

Calculer des longueurs

Exercice 22

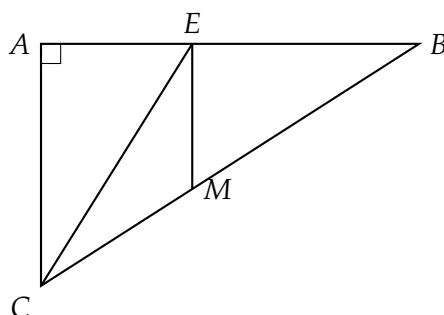
EFG est un triangle rectangle en E tel que : $EF = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{EFG} = \frac{4}{3}$
Calculer EG et FG .

Exercice 23

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AC = 2\sqrt{3}$ et $\widehat{ABC} = 23^\circ$
Calculer AB .

Exercice 24

On considère la figure ci-contre.
On donne : $AB = 6$ et $AC = 10$.
Calculer ME .

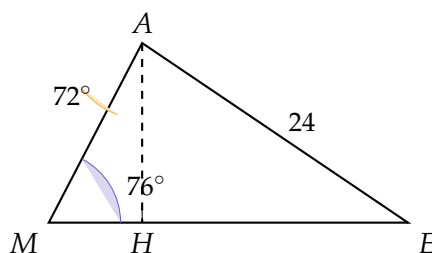


Exercice 25

Sur la figure ci-contre (à main levée).
 AME est un triangle tel que :

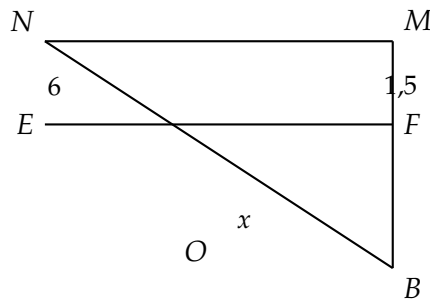
$$\widehat{AME} = 76^\circ ; \quad \widehat{MAE} = 72^\circ ; \quad AE = 24 \text{ m}$$

Soit H le projeté orthogonal de A sur (ME) .
Calculer AH et AM .



Exercice 26

Sur la figure ci-contre : $(EF) \parallel (MN)$.
Calculer x .



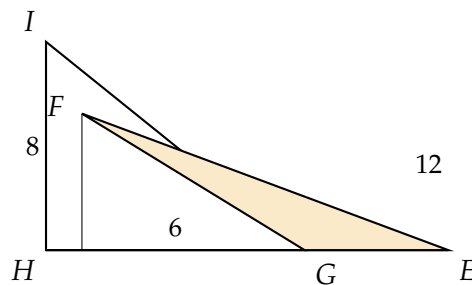
Exercice 27

Sur la figure ci-contre, on donne $(HG) \parallel (EF)$,

$\widehat{GHF} = 90^\circ$, $\widehat{EFG} = 90^\circ$,

$HI = 6$ cm, $HG = 8$ cm et $FG = 12$ cm.

Calculer EG .

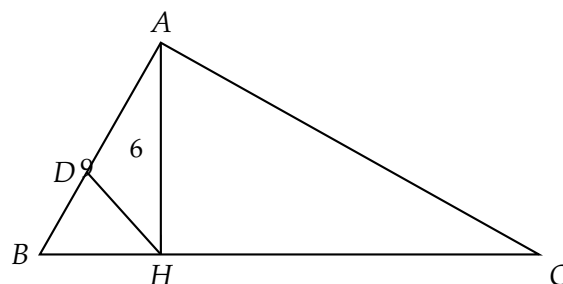


Exercice 28

ABC est un triangle et $[AH]$ sa hauteur tels que :

$$AB = 9 \quad \text{et} \quad AH = 6 \quad \text{et} \quad \sin \widehat{ACB} = \frac{2}{5}$$

- 1) Calculer BH .
- 2) Calculer AC et CH .
- 3) La parallèle à (AC) passant par H coupe (AB) en D . Calculer BD .



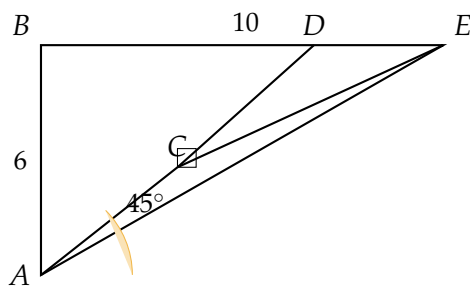
Exercice 29

Sur la figure ci-contre :

$$AB = 6 \text{ cm} ; \quad DE = 10 \text{ cm}$$

$$\widehat{BAE} = 45^\circ ; \quad \widehat{ACD} = 90^\circ.$$

- 1) Calculer AE .
- 2) Calculer BC .



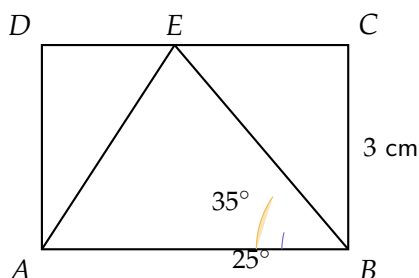
Exercice 30

On donne :

$$\widehat{ABE} = 35^\circ ; \quad \widehat{ABD} = 25^\circ ; \quad BC = 3 \text{ cm}$$

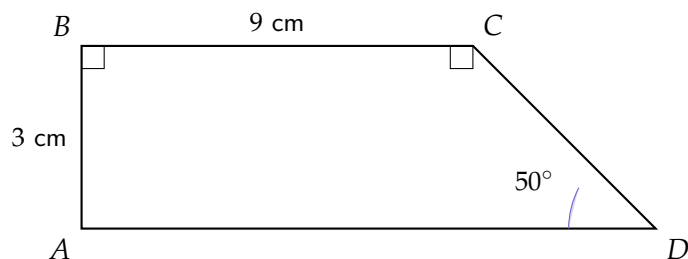
$ABCD$ est un rectangle.

Calculer ED .



Exercice 31

$ABCD$ est un trapèze rectangle en B et C tel que : $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 9 \text{ cm}$ et $\widehat{ADC} = 50^\circ$.
Calculer l'aire du trapèze $ABCD$.

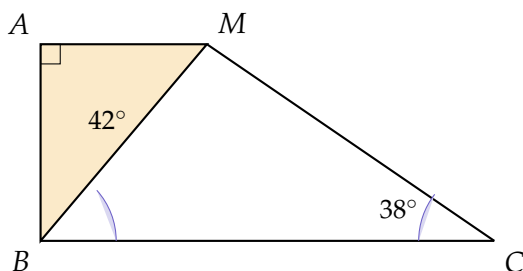


Challenges

Exercice 32

On considère la figure suivante.

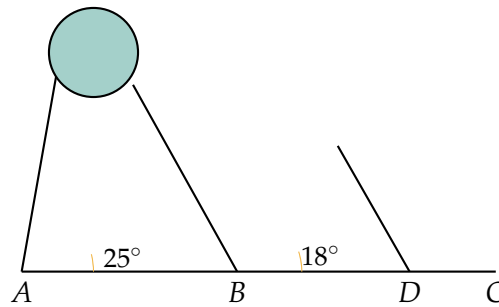
Calculer MA sachant que : $BC = 8 \text{ cm}$.



Exercice 33

On considère la figure suivante :

Calculer CD sachant que : $AB = 24$ m.



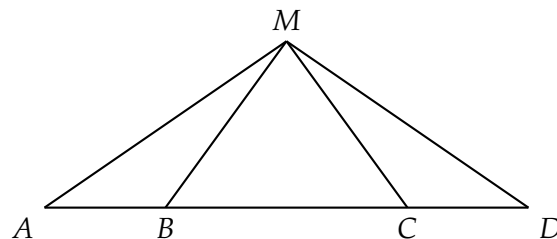
Exercice 34

x est la mesure d'un angle aigu tel que : $2 \cos x + 3 \sin x = 3$.

- 1) Montrer que : $(13 \sin x - 5)(\sin x - 1) = 0$
- 2) Calculer $\sin x$, $\cos x$.

Exercice 35

On considère la figure ci-contre :
Calculer MA .



Situations proposées aux olympiades

Exercice 36

ABC est un triangle isocèle en A . $[BB']$ est la hauteur issue de B .

M est un point du segment $[BC]$.

H et K sont les projetés orthogonaux de M sur (AB) et (AC) .

Montrer que : $MH + MK = BB'$.

04

Je me prépare à l'examen local

Exercice 40 — Exercice résolu

1) ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AC = 8$ et $\cos x = \frac{4}{5}$ où $\widehat{ABC} = x$

a. Calculer BC et AB .

b. Calculer $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$

2) Calculer E :

$$E = \sin^2 64^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 26^\circ - \tan 83^\circ \times \tan 7^\circ$$

Correction : 40

1) a. • Calcul de BC :

ABC est un triangle rectangle en A .

$$\text{Donc : } \cos x = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{Or : } \cos x = \frac{AC}{BC} \quad \text{et} \quad AC = 8,$$

$$\text{alors : } \frac{4}{5} = \frac{8}{BC}.$$

$$\text{D'où : } BC = \frac{5 \times 8}{4}, \quad \text{soit} \quad BC = 10.$$

• Calcul de AB :

D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en A , on obtient :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$AB^2 = 10^2 - 8^2$$

$$AB^2 = 36$$

$$\text{Donc : } AB = 6 \quad \text{car } AB > 0$$

b. Calcul de $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$.

$$\text{On a : } \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \quad \text{et} \quad \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{On a : } \sin \widehat{ABC} = \frac{8}{10} \quad \text{et} \quad \tan \widehat{ABC} = \frac{8}{6}$$

2) Calcul de E :

$$\text{On a : } E = \sin^2 64^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 26^\circ - \tan 83^\circ \times \tan 7^\circ$$

$$\text{et } 64^\circ + 26^\circ = 90^\circ \quad \text{et} \quad 83^\circ + 7^\circ = 90^\circ \quad \text{et} \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

Donc :

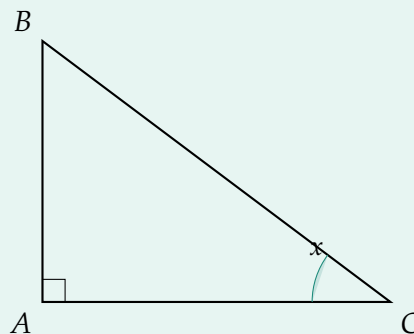
$$E = \cos^2 26^\circ + \frac{1}{4} + \sin^2 26^\circ - \tan 83^\circ \times \frac{1}{\tan 83^\circ}$$

$$E = \cos^2 26^\circ + \sin^2 26^\circ + \frac{1}{2} - \tan 83^\circ \times \frac{1}{\tan 83^\circ} + \frac{1}{2}$$

$$E = \cos^2 26^\circ + \sin^2 26^\circ + \frac{1}{2} - 1$$

$$E = 1' + \frac{1}{2} - 1'$$

$$\text{D'où : } E = \frac{1}{2}.$$



Exercice 41

I. MNP est un triangle tel que :

$$\begin{cases} MN = 5 \\ NP = 13 \\ MP = 12 \end{cases}$$

1) Montrer que $\widehat{MNP}$ est un triangle rectangle en M .

2) Calculer $\sin \widehat{MNP}$ et $\tan \widehat{MNP}$.

3) Soit H le projeté orthogonal de M sur (NP) .

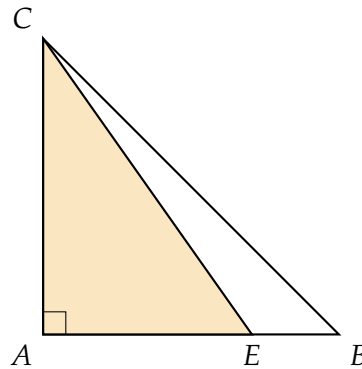
Calculer PH et MH .

II. a est la mesure d'un angle aigu tel que : $\cos a = \frac{2}{7}$.

Calculer $\tan a$.

Exercice 42

Sur la figure : ABC est un triangle rectangle en A tel que :



$$BC = \sqrt{56}, \quad AB = \sqrt{20}, \quad BE = 4 \quad \text{et} \quad AE = 6$$

1) Montrer que $\widehat{ACB} = 6^\circ$.

2) Calculer $\sin \widehat{CBA}$.

Exercice 43

1) Montrer que ABE est un triangle rectangle.

2) a. Calculer $\tan \widehat{AEB}$.

b. Soit H le projeté orthogonal de B sur (AE) .

Calculer $\frac{BH}{AH}$.

Exercice 44

I. $EFGH$ est un trapèze de bases $[EF]$ et $[GH]$ tels que : $\widehat{EFG} = 90^\circ$, $EF = 6$ et $FG = 3$.

1) Montrer que : $EG = 3\sqrt{5}$

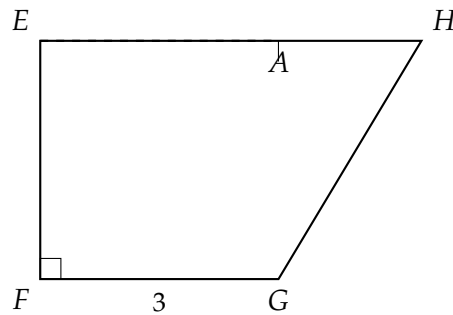
2) Calculer les rapports trigonométriques de $\widehat{FEG}$.

3) Soit A le projeté orthogonal de E sur (HG) .

Calculer HE et AH sachant que $\sin \widehat{AHE} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

II. Montrer que :

$$\tan 62^\circ + \tan 28^\circ = \frac{1}{\cos 62^\circ \times \sin 62^\circ}.$$


Exercice 45

I. ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$AB = \sqrt{2} + 2 \quad \text{et} \quad AC = 2\sqrt{2} - 1$$

1) a. Montrer que : $BC = \sqrt{15}$.

b. Calculer $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.

2) La perpendiculaire à (BC) passant par C coupe (AB) en D . Calculer CD .

II. a est la mesure d'un angle aigu.

Montrer que :

$$\frac{(\cos a + \sin a)^2}{1 - \cos^2 a} = \left(1 + \frac{1}{\tan a}\right)^2.$$

Exercice 46

I. ABC est un triangle tel que :

$$AB = 12, \quad BC = 13 \quad \text{et} \quad AC = 5$$

1) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

2) Calculer $\cos(90^\circ - \widehat{ACB})$ et $\tan(90^\circ - \widehat{ACB})$.

II. a est une mesure d'un angle aigu tel que :

$$\frac{\sin a}{2} = \frac{\cos a}{3}$$

Calculer $\cos a \times \sin a$.

Exercice 47

3) Soit D un point de $[AB]$ tel que $BD = 5$ et E le projeté orthogonal de D sur (BC) , Calculer DE .

II. a est la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\frac{\sin b \times \cos b}{\tan b} + \sin^2 b = 1.$$

Montrer que :

Exercice 48

α est la mesure d'un angle aigu tel que : $0^\circ < \alpha < 20^\circ$

Déterminer α sachant que :

$$\sin(\alpha + 10^\circ) = \cos(2\alpha + 32^\circ)$$

Exercice 49

Une échelle de 6 mètres est appuyée contre un mur de 7 mètres de haut. Par mesure de sécurité, on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75° (voir le schéma ci-dessous).

1) Calculer la distance AB entre le pied de l'échelle et le mur (on donnera le résultat arrondi au centimètre).

2) À quelle distance CD du sommet du mur se trouve le haut de l'échelle (on donnera le résultat arrondi au centimètre)

